

VIKTOR PINTER

redovni profesor Elektrotehničkog fakulteta, Sveučilišta u Zagrebu

# OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

KNJIGA PRVA



ITP "TEHNIČKA KNJIGA" D.D. – ZAGREB

1994.

## 1.

## UVOD. OSNOVNI POJMOVI

### 1.1.

### PRIMJENA ELEKTRIČKE ENERGIJE

Čovjek je oduvijek nastojao da sebi u radu nađe pomagača. Da se ne umara trošeći vlastitu radnu sposobnost ili energiju, čovjek je već u pradavnim vremenima iskorišćivao za rad životinje. Tokom vremena pronašao je, međutim, i načine kako da iskoristi i ostale izvore energije na koje je nailazio u prirodi. Tako su dugo vremena čovjeku jedini pomagači u radu bili energije vodopada i vjetra.

Doba moderne industrijalizacije počinje tek u 19. stoljeću, nakon pronalaska parnog stroja, a na prijelazu iz 19. u 20. stoljeće sve više se za najrazličitije radove iskorišćuje električna energija.

Razlozi zbog kojih se baš električna energija pokazala naročito prikladna za rad u gotovo svim granama ljudskog djelovanja jesu slijedeći:

1. Električna energija (posredstvom električne struje) može se u aparatima koje nazivamo trošilima iskoristiti za obavljanje najrazličitijeg rada. Naziv trošila dobili su takvi aparati zbog toga što se u njima vrši rad na račun potrošene električne energije.

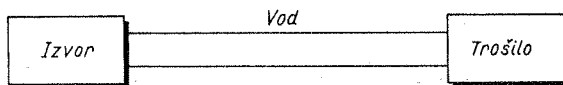
2. Električna energija potrebna za pogon električkih trošila može se dobiti u dovoljnim količinama u takozvanim električkim izvorima. To su naprave u kojima se razne druge vrste energija pretvaraju u električku. Tako se, na primjer, mehanička energija turbine u električkim generatorima pretvara u električku. U baterijama i akumulatorima iskorišćuje se kemijska energija za dobivanje električne energije.

3. Električna energija može se lako od mjesta proizvodnje prenijeti i na velike udaljenosti do mjesta potrošnje. Za to su u najjednostavnijem slučaju potrebne samo dvije — relativno tanke — žice, koje se zajednički nazivaju električki vod. Takav jednostavan, a uz to ekonomičan prijenos električne energije, omogućuje elektrifikaciju i onih mjesta, koja sama nemaju prirodnih izvora energije, koji bi se mogli iskoristiti za proizvod električne energije.

Iz ovih se razmatranja vidi da se u svakom uređaju gdje se iskorišćuje električna energija za neki rad, vrši zapravo dvostruka transformacija energije. Najprije se u izvoru energija koja nam stoji na raspolaganju pretvori u električku, a ta se onda prenosi u trošilo, gdje će obavljati rad za koji je trošilo konstruirano.

Moguće je, dakle, posve općenito prikazati najjednostavniji uređaj u kojem se iskorišćuje električna energija na način predočen na slici 1.1. Tu su shematski nacrtana tri glavna dijela cijelog uređaja: izvor, vod i trošilo.

Slika se, međutim, ne odnosi samo na najjednostavniji elektroenergetski uređaj, već nam može prikazati i najjednostavniji električki telekomunikacioni uređaj. Iz električkog izvora mogu se, naime, posredstvom voda slati izvjesni impulsi električne struje, koje će primati za to udešen aparat i registrirati ih kao dogovorenu infotmaciju.



Sl. 1.1. Elementarni prikaz uređaja gdje se iskorišćuje električka energija za neki rad.

Prema tome zaključujemo da će se elektroenergetski zadaci, kao i zadaci elek-trokomunikacionih uređaja, u biti svoditi na rješavanje istih elektrotehničkih problema.

Naziv elektrotehnika odnosi se općenito na ono područje ljudskog djelovanja, koje se bavi iskorišćivanjem električkih pojava. To je međutim i naziv za onu op-širnu granu nauke koja ispituje i objašnjava kako funkcioniraju električki uređaji i naprave, te kako će se oni ispravno konstruirati.

U predmetu »Osnove elektrotehnike« objašnjavaju se osnovni zakoni nauke o elektricitetu, dakako, uvijek s obzirom na primjenu tih zakona u tehničkoj praksi. Zato je taj predmet jednako važan za sve grane elektrotehnike.

Da bismo mogli električke uređaje ispravno konstruirati i u pogonu ih pravi-lno iskorišćivati potrebna nam je jasna slika o fizikalnim zbivanjima u tim uređajima. Zato je nužno poznavanje osnovnih fizikalnih zakona nauke o elektricitetu.

Tu se, dakle, na prvom koraku susrećemo s pitanjem: što je zapravo elektri-citet (ili elektrika). Odgovor na to pitanje potreban nam je zbog toga što je baš elektricitet predmet svih daljnjih razmatranja.

## 1.2.

### ŠTO JE ELEKTRICITET

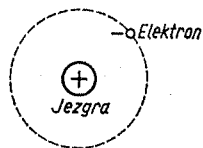
Makar je malo vjerojatno da će čovjek moći potpuno shvatiti bit elektriciteta, ipak mu je na osnovi najnovijih naučnih istraživanja omogućeno da stvori neku predodžbu o tome što je elektricitet. Pokazalo se, naime, da možemo i elektricitet, uz ostale elementarne čestice, smatrati djelićima od kojih je sastavljena sva materija.

Prema jednostavnom Bohrovu modelu atoma, složeni su atomi svakog kemijskog elementa od centralne jezgre, oko koje po izvjesnim putanjama velikom brzino-m kruže, kao mali planeti, sitne električke čestice: elektroni.

Najjednostavniji je po svom sastavu atom najlakšeg kemijskog elementa vo-dika, slika 1.2. Tu oko jezgre kruži samo jedan elektron.

Makar da su dimenzije, a i mase elektrona, veoma male, ipak treba i ovdje pretpostaviti da bi elektron uslijed velike brzine vrtnje zbog centrifugalne sile odletio od svog centra, od jezgre, da ga uz jezgru ne drži neka privlačna sila. Budući da je atom zajednička cjelina jezgre i elektrona — ova privlačna sila svakako postoji.

Tu se odmah susrećemo s električkim pojavama. Pokazalo se, naime, da je ta sila što drži elektron u zajednici s jezgrom: električna privlačna sila. Jezgra je pozitivno električna dok je elektron negativno električan, a poznato je da se u prirodi pozitivno i negativno privlače.



Atomi ostalih, težih kemijskih elemenata, sastavljeni su slično kao atom vodika, samo je njihova jezgra veća i oko nje kruži više elektrona.

Sl. 1.2. Bohrov model atoma vodika.

Na prvi pogled moglo bi se činiti čudnovatim da se taj električki sastav materije ne opaža iako su sva materija, pa i čovjek, sastavljeni od tako električki složenih atoma.

Razlog je tome taj što je u normalnom stanju svaki atom u svojoj jezgri upravo toliko pozitivno električan, koliko svi elektroni zajedno posjeduju negativnog elektriciteta. Zbog toga se djelovanja prema van pozitivnog elektriciteta jezgre i negativnog elektriciteta elektrona poništavaju, pa se kaže da je atom u normalnom stanju električki neutralan.

O sastavu atoma spomenimo ovdje još samo toliko koliko je potrebno da se lakše razumiju mnoge električke pojave vezane uz samu materiju električkih uređaja.

Sva masa atoma sadržana je gotovo potpuno u njegovoj jezgri. Jezgra atoma vodika je samo jedna čestica, nazvana proton. Masa protona je  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg. Osim toga, proton posjeduje i količinu pozitivnog elektriciteta, koja je gotovo točno jednaka količini negativnog elektriciteta elektrona. Masa pak elektrona je samo  $9,11 \cdot 10^{-31}$ , dakle tek 1840-ti dio mase protona. Na slici 1.2, gdje je prikazan atom vodika, jezgra je dakle jedan električki pozitivni proton, oko kojega kruži jedan negativni elektron.

Atomi kemijskih elemenata koji su teži od vodika imaju u svojoj jezgri osim protona (koji tvore i masu i pozitivni električki naboj) još i neutrone. To su elementarne čestice koje nemaju električkog naboja, dakle su električki neutralne, ali posjeduju masu gotovo jednaku masi protona:  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.

Jedino atom običnog vodika ima jezgru bez neutrona, dakle samo jedan proton, a u vanjskom omotaču jedan elektron. Ipak se u mnogo manjoj količini u prirodi nailazi i na atome vodika koji u jezgri, osim jednog protona, imaju još i jedan neutron. Za razliku od običnog vodika, takav se vodik naziva deuterij ili teški vodik. Dakako da i on ima u svom omotaču samo jedan elektron.

Postoji dapače i tzv. tricij, vodik koji ima u jezgri tri elementarne čestice: uz jedan proton još dva neutrona, ali u vanjskom omotaču opet samo jedan elektron.

Budući da u Mendeljejevljevom periodičkom sustavu elemenata dolaze u tablici pojedini kemijski elementi na određena mjesta, prema tome koliko imaju

u jezgri protona, sve ove tri vrste vodika, obični ili laki, deuterij ili teški, a i tricij, nalaziti će se na istom mjestu, pa ih zato nazivamo izotopima\*.

Da bi se u kemijskim simbolima pojedinih elemenata i njihovih izotopa vidljivo označilo koliko imaju u sebi elementarnih čestica, pišu se brojevi protona (a to je i broj elektrona) lijevo dolje, dok se broj svih elementarnih čestica jezgre, tj. nukleona, a to su protoni i neutroni zajedno, naznačuju desno gore.

Obični vodik ima, dakle, oznaku  ${}^1_1\text{H}$ , dok bi deuterij imao oznaku  ${}^2_1\text{H}$ , a tricij  ${}^3_1\text{H}$ , no obično ih označuju sa  $\text{D}^2$  i  $\text{T}^3$ .

Slijedeći kemijski element Mendeljejevljevog sustava je helij, koji ima u jezgri dva protona i dva neutrona, a u omotaču dva elektrona. Njegov je simbol  ${}^4_2\text{He}$ . Pozitivna jezgra ovog elementa je poznata  $\alpha$ -čestica radioaktivnog zračenja. Osim toga postoji i rijetki izotop helija  ${}^3_2\text{He}$ .

Sastav sve težih elemenata često je veoma kompliciran, jer mnogi imaju i po nekoliko različitih izotopa.

Makar da su izotopi pojedinih kemijskih elemenata po broju neutrona, dakle masom, različiti, oni su kemijski gotovo potpuno jednaki. Tako i teška voda, koja je sastavljena od deuterija i kisika, reagira kemijski kao i obična voda. Prema tome zaključujemo da su kemijska svojstva elemenata ovisna o količini protona, odnosno elektrona, što ih posjeduje atom. Tu osobito važnu ulogu imaju elektroni koji se nalaze na periferiji — na vanjskoj elektronskoj ljusci. Ovi elektroni nazivaju se valentni elektroni.

Iz nauke o sastavu materije poznato je da elektroni oko atomske jezgre kruže u točno određenim orbitama, koje se zovu ljuske. Te se ljuske, idući od jezgre prema periferiji atoma, označuju slovima: K, L, M, N --.

Svaka ljuska može imati samo određenu maksimalnu količinu elektrona, osim vanjske, koja dakako može, ali ne mora, biti potpuno popunjena elektronima.

Tako je broj elektrona popunjenih ljuska: K...2, L...8, M...16, N...32 --.

### 1.3.

### ELEKTRIZIRANJE MATERIJE

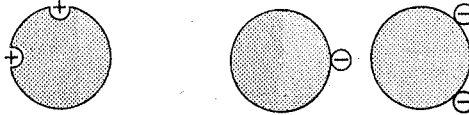
Iako su atomi, pa i sva materija koju normalno susrećemo, neutralni, ipak je moguće dobiti električki nabijene atome, a s time u vezi i električki nabijena tijela. To se postizava tako da se na bilo koji način poremeti električka ravnoteža atoma. Ako se, naime, iz atomske zajednice odvoji neki elektron, atom kao cjelina neće biti više neutralan, jer prema van djeluje sada onaj suvišak pozitivnog elektriciteta jezgre koji više nije potpuno kompenziran negativnim elektricitetom elektrona. Takav se, dakle, atom u cjelini prema van vlada kao električki pozitivan.

Ako se pak odvojeni elektron pridruži nekom drugom neutralnom atomu postat će taj električki negativan, jer mu je pridodao elektron suvišan.

\* Grčki: isos = isti i topos = mjesto.

Tako nije teško shvatiti da će i skupine atoma, a to su molekule pa i veće čestice materije i predmeti, postati električki pozitivni ili negativni prema tome da li su nekim atomima materije elektroni oduzeti ili dodani.

U mnogim daljnjim razmatranjima električkih pojava vidjet ćemo da osobito važnu ulogu imaju onakvi atomi (ili izvjesne grupe atoma) koji se prema van manifestiraju bilo kao pozitivno električki ili kao negativno električki. To su, dakle,

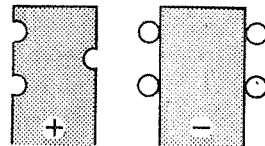


Sl. 1.3. Simbolički prikaz pozitivnog i negativnog iona.

materijalne čestice za koje kažemo da nose na sebi neki pozitivni ili negativni električki naboj, a nazivaju se ioni. Da bismo ih razlikovali, zovemo pozitivno električke ione kationima, a negativne anionima. Proces dobivanja pozitivnih i negativnih iona premještanjem elektrona s neutralnog atoma zove se ionizacija.

Na slici 1.3. simbolički je prikazano kako zamišljamo jedan pozitivni ion, a kako jedan negativni. Slično tome nastaju i električki nabijena tijela. Može se reći da će tijelo *A* biti pozitivno električno ako ima manjak elektrona, dok će tijelo *B* biti negativno ako ima suvišak elektrona, slika 1.4.

Odvajanje elektrona od neutralne materije može se izvršiti na različite načine. Za elektrotehniku je osobito interesantno kada se pri tome svi od jednog tijela odvojeni elektroni predaju nekom drugom tijelu. Tada je jedno tijelo upravo toliko pozitivno električno, koliko je drugo tijelo negativno električno.



Sl. 1.4. Pozitivno i negativno električki nabijeno tijelo.

Kao primjer takvog elektriziranja materije mogu nam poslužiti iz fizike poznati pokusi.

Ako se stakleni štap tare kožom koja je namazana amalgamom, postaje štap električki pozitivan, jer se od stakla odvajaju elektroni koji se predaju koži, pa će tako koža postati negativno električna. Štap od smole trenjem o vunenu krpu biva električki negativan, a vuna pozitivno električna.

Odvajanje elektrona od atomske zajednice može se izvršiti i na drugi način. Moguće je da se elektroni s jednog mjesta na jednom tijelu premjeste na koje drugo mjesto tog istog tijela. U tom slučaju bit će jedan kraj električki pozitivan, a drugi negativan.

Razmotrimo još energetske odnose pri nastajanju električki nabijenih tijela.

Da bi se elektron odijelio od svoje prvotne atomske zajednice i prenio atomu kojeg drugog tijela, potrebno je da se na tom putu savlada privlačna sila kojom

jezgra atoma privlači taj elektron. Iz fizike je, međutim, poznato da gibanje na nekom putu, uz savladavanje sile koja se protivi gibanju, predstavlja rad, a taj se ne može obaviti bez utroška energije.

Tako se, dakle, i električki nabijena tijela mogu dobiti samo potroškom koje druge vanjske energije.

Ova količina potrošene energije nije, međutim, izgubljena — ona nije nestala. Prema Mayerovu zakonu o održanju energije, njen ekvivalent je sadržan u kombinaciji tih električki nabijenih tijela. To znači da se ista količina energije ili rada može dobiti natrag ako se odvojeni elektroni vrata na ispražnjena mjesta.

Zbog toga kažemo da pozitivno i negativno nabijeno tijelo sadrži izvjesnu potencijalnu energiju, koju možemo nazivati električkom energijom.

#### 1.4. ELEKTRIČNA STRUJA

Uz pretpostavku da su pozitivno i negativno tijelo međusobno odijeljeni zrakom, neće elektroni u normalnim prilikama moći prijeći s negativnog tijela na pozitivno, jer im zrak ne dopušta gibanje.

Ako pak između oba tijela postoji za elektrone neki vodljiv put, omogućit će se elektronima da s mjesta gdje su u suvišku prijeđu na mjesta gdje postoji manjak elektrona, a to gibanje nazivamo električnom strujom.

Predmete koji omogućuju prolaz električne struje nazivamo električkim vodičima, dok materije koje ne provode električnu struju zovemo izolatorima.

Ako je vodič metalna žica, bit će električna struja ostvarena gibanjem samih elektrona. Tokom slijedećih razmatranja bit će, međutim, pojam električne struje još proširen u tom smislu da ćemo električnom strujom općenito smatrati svako gibanje elektriciteta bilo da je to, kao u metalima, gibanje samih elektrona, ili pak gibanje najsitnijih čestica materije, koje nose na sebi električke naboje, za to su prije spomenuti ioni, dakle električki nabijeni atomi. Gibanje iona predstavlja električnu struju u tekućinama i plinovima. No i veće materijalne čestice — skupine atoma i molekule — koje su električki nabijene pa i još veće čestice, npr. električki nabijena prašina, u gibanju su električna struja.

Za elektrotehniku je osobito važno da su uz pojavu električne struje vezani izvjesni učinci, koji nisu ništa drugo do pretvaranje one već spomenute potencijalne — električne energije — u neke druge oblike energije ili u neki rad. To onda praktička elektrotehnika iskorišćuje u spomenutim električkim aparatima: trošilima.

Budući da su trošila izrađena tako da nam obavljaju najrazličitije poslove, moglo bi se u prvi mah pomisliti da ima veoma mnogo različitih učinaka električne struje. Ta ona grije peći, tjera motore, njome se služimo za rasvjetu, za rad radio-aparata, televizije, služi nam u medicini itd. No ipak se točnijim ispitivanjem ustanovilo da postoje tri osnovna učinka električne struje i to: toplinski, kemijski i magnetski\*). A sve ono šarenilo naših električkih potrošnih aparata koji nam

\* Kao četvrti osnovni učinak električne struje moglo bi se ubrojiti i svjetlosni učinak što nastaje u svijetlećim cijevima.

obavljaju poslove samo je duhovito iskorišćivanje tih osnovnih učinaka električne struje ili kombinirano djelovanje tih učinaka, uz iskorišćivanje još mnogih drugih raznih fizikalnih učinaka.

Pogledajmo najprije samo kvalitativno te osnovne učinke električne struje, da bismo ih upoznali.

## 1.5.

### UČINCI ELEKTRIČNE STRUJE

Toplinskim učinkom električne struje nazivamo pojavu zagrijavanja vodiča kroz koji prolazi električna struja. To grijanje uzrokovano je time što se čestice elektriciteta koje pri strujanju prolaze kroz vodič sudaraju s česticama materije vodiča, pa tim česticama predaju svoju energiju gibanja i tako povećavaju termičku energiju materije. Možemo dakle zamisliti da električna struja na svom prolazu kroz vodič nailazi na otpor, pri čemu se energija električnog strujanja pretvara u toplinu. Dobivanje ove topline vezano je, dakle, uz pojavu električkog otpora u vodiču. Ako struja na svom prolazu kroz vodič ne bi naišla na otpor, ne bi se stvarala toplina. Odavde se vidi, da bi se taj prvi osnovni učinak — toplinski učinak — mogao izbjeći kad bi se za prolaz struje odabrao idealno dobar vodič bez otpora. No kako u normalnim prilikama svaki, pa i najbolji vodič, pruža električnoj struji ipak neki otpor, stvarat će se u normalnim prilikama uvijek pri prolazu struje kroz vodiče stanovita količina topline.

Drugi osnovni učinak jest kemijski. To je iz fizike poznata pojava da se neki vodiči pri prolazu električne struje kemijski rastvaraju na sastavne dijelove. Ova pojava se zove elektroliza, što zapravo i znači rastvaranje električnom strujom. Tvari koje su izvrgnute elektrolizi zovemo elektrolitima ili vodičima druge vrste za razliku od vodiča prve vrste, koji se kemijski ne mijenjaju kad kroz njih prolazi električna struja. Vodiči prve vrste su kovine i slitine, dok su vodiči druge vrste, odnosno elektroliti: vodene otopine ili taline soli, kiseline i lužina. Elektroliza se iskorišćuje za dobivanje različitih kemijskih supstancija iz kemijskih spojeva, pa se tako mogu iz soli izlučiti metali. Na primjer, iz otopine srebrnog nitrata,  $\text{AgNO}_3$ , dobiva se elektrolizom čisto srebro. Budući da je ovaj drugi osnovni učinak električne struje vezan uz prolaz električne struje kroz određene materije, a to su vodiči druge vrste, i on se može izbjeći ako se za tok struje odabere materija koja se ne rastvara, dakle vodič prve vrste.

Treći osnovni učinak električne struje jest magnetski učinak. Očituje se u tome da se pri prolazu električne struje kroz vodič bilo koje vrste uvijek stvaraju oko vodiča (a i u njemu samome) magnetske sile, koje se mogu konstatirati po otklonu magnetske igle iz njenog normalnog položaja sjever-jug. Pri tome se opaža da je učinak magnetskih sila najjači u neposrednoj blizini vodiča, dok s udaljenošću slabi. No on postoji — iako vrlo oslabljen — i na velikim udaljenostima, a teoretski je jednak nuli tek na beskonačnoj udaljenosti od vodiča kroz koji protječe struja. Ipak se u praksi redovno ograničujemo samo na onaj dio prostora gdje je taj učinak toliki da ga možemo praktički iskoristiti. Taj prostor zovemo magnetskim poljem, pa kažemo da je treći osnovni učinak električne struje: stvaranje magnetskog polja. Pri tome valja istaknuti kao naročitu osobitost da je magnetski učinak nedjeljiv



pratilac električne struje. Može se dapače reći da se prvi i drugi osnovni učinak električne struje mogu nekako izbjeći odgovarajućim odabiranjem vodiča, dok se magnetski ne može normalno uopće izbjeći. Možemo ga jedino poništiti još jednom suprotnom strujom, jer je smjer magnetske sile ovisan o smjeru struje.

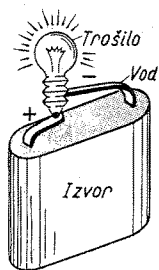
Nakon ovih općenitih informacija o električnoj struji i njezinim učincima, potrebno je sada поближе upoznati zakone električnog strujanja.

## 2. STRUJNI KRUG ISTOSMJERNE STRUJE

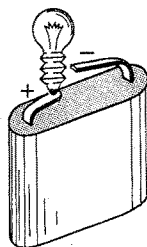
### 2.1. JEDNOSTRUKO ZATVORENI STRUJNI KRUG

Da bismo dobili detaljniji uvid u fizikalna zbivanja u našim električkim uređajima i da dođemo do kvantitativnih odnosa i zakona kojima podliježe strujanje elektriciteta u tim uređajima, potrebno je na njima izvršiti niz pokusa i mjerenja. Sva, naime, dostignuća današnje nauke osnivaju se na ispitivanjima raznih problema, pa možemo reći da je temelj i izvor svakog znanja — pokus.

Tako ćemo i ovdje uzeti jedan, bili kakav, uređaj prema slici 1.1 i na njemu vršiti sva moguća ispitivanja. Da suviše ne zakompliciramo neka taj uređaj bude što jednostavniji, na primjer, svima poznata električna džepna svjetiljka. Iz te svjetiljke uzet ćemo, međutim, samo ono što je najbitnije da cio uređaj funkcionira, a to su baterija kao električki izvor i žaruljica kao trošilo. Neki posebni vod nije potreban, jer nam mjedene trake koje izlaze iz baterije služe kao spojni vod od izvora do trošila. A kao indikator za električnu struju poslužit će nam ovdje samo trošilo svojim funkcioniranjem, pa možemo reći: da struja doista teče iz izvora kroz trošilo znamo po tome, što vidimo da žaruljica svijetli.



Sl. 2.1. Na izvor priključena žaruljica svijetli.



Sl. 2.2. Zrak kao izolator ne provodi električnu struju i žaruljica ne svijetli.

I s ovim jednostavnim električkim uređajem prikazanim na slici 2.1 mogu se otkriti mnogi važni zakoni električne struje. U prvom redu može se doznati uz koje uvjete uopće dolazi u tom uređaju do električne struje. Lako se možemo uvjeriti da je pri tome potrebno da jedan kraj trošila bude dobro prislonjen na jedan pol izvora, a drugi kraj trošila na drugi pol izvora. Pokusom možemo također

potvrditi prije navedeno pravilo da struja prolazi samo kroz tzv. dobro vodljive tvari, kao što su npr. metali, a da kroz papir, staklo, zrak itd. ne prolazi. To se vidi ako između baterije i žaruljice na dodirnom mjestu stavimo komad papira ili stakla, ili ako odmaknemo žaruljicu od baterije da između njih ostane zrak. Žaruljica onda ne svijetli, dakle struja ne teče, slika 2.2. Zaključujemo da veza između izvora i trošila mora na cijeloj duljini biti dobro vodljiva ako želimo da struja teče i da nigdje ne smije biti prekida nekim slojem izolacije.

Vrlo lako se možemo uvjeriti da potpuno isti zahtjev kao za vod mora biti ispunjen i za ostale dijelove našeg električkog uređaja, ako želimo da u njemu teče struja.

I trošilo mora, naime, biti na cijeloj dužini, od jednog kraja do drugoga, dobro vodljivo. Ako je žarna žica u žaruljici makar samo na jednom mjestu prekinuta ne može električna struja prolaziti i žarulja ne svijetli, ma da je sve ostalo u redu; kažemo da je žarulja pregorjela. Ni električki rešo ne grije ako je žarna žica spirale pretrgnuta. U ovom posljednjem primjeru možemo pogrešku sami popraviti: treba samo spiralnu žicu rešoa na prekinutom mjestu čvrsto sastaviti.

Tako isto treba da je i izvor struje u svojoj unutrašnjosti od jednog kraja do drugog, od jednog pola do drugog, električki dobro vodljiv. Ako bi, naime, unutar izvora makar samo na jednom mjestu bio prekid, ne bismo dobili električnu struju.

Iz ova tri opažanja možemo povući važni zaključak: električna struja teče uvijek u zatvorenim, električki dobro vodljivim linijama. Takva jedna zatvorena linija sastavljena od pojedinih električkih dijelova, od izvora, voda i trošila, zove se jednostavno zatvoren električki strujni krug.

Na prijašnjim slikama prikazani su pojedini dijelovi od kojih je sastavljen strujni krug, a i cijeli strujni krug onako, kako to u naravi vidimo. Da ne bismo uvijek crtali takve realne slike naših električkih uređaja, jer bi one bile često veoma komplicirane, služimo se u elektrotehnici redovno shematskim predočavanjem. Ono se sastoji u tome da se za pojedine elemente električkih uređaja uzimaju neki jednostavni, dogovorno odabrani znakovi ili simboli, koji se na crtežu međusobno povezuju linijama, onako kako su u naravi ti elementi spojeni žicama.

Tako je za bateriju, kao za električki izvor, odabran simbol



i on nam doista na najjednostavniji način prikazuje ono što je za izvor najbitnije, a to je da izvor svakako mora imati dva različita pola, + i -, na koje se nadovezuju aparati, trošila. Za rotacione generatore, koji su također električki izvori, uobičajen je simbol



koji može poslužiti i općenito kao oznaka svih vrsta izvora.

Trošilo, a to je u ovom primjeru žaruljica, označuje se ili simbolom



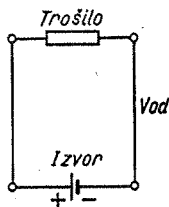
jer je opet najbitniji dio žarulje, ili rešoa, spiralizirana žarna žica koja pruža struji pri prolazu otpor pa se zato zagrijava ili, što je običnije, jednostavno simbolom



Vodovi, za koje se pretpostavlja da su veoma dobri vodiči električne struje, označuju se ravnim crtama.

Možemo, dakle, nacrtati shematski prikaz džepne svjetiljke na slici 2.3, koja nam ujedno prikazuje najjednostavniji električki uređaj: jednostruko zatvoreni električki strujni krug. Vidimo da su ravnim neprekinutim crtama povezani jedan kraj trošila s jednim polom izvora, te drugi kraj trošila s drugim polom izvora. U tom će dakle slučaju kroz trošilo (žarulju) prolaziti struja i žarulja će svijetliti.

Ako, međutim, želimo ugasiti žarulju, moramo dobro vodljivu strujni krug na jednom mjestu učiniti nevodljivim. Dakako da taj prekid nećemo učiniti u samom trošilu ili izvoru, već uvodu. To ćemo učiniti tako da na jednom mjestu, bilo kojim, vod prekinemo i umjesto dobro vodljivog materijala umetnemo loš vodič, tj. izolator. To može biti zrak, porculan ili kakva umjetna izolaciona masa.



Sl. 2.3. Shematski prikaz jednostruko zatvorenog strujnog kruga.

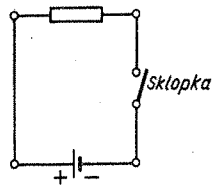
Funkciju prekidanja struje vrše tzv. sklopke, koje shematski označujemo simbolom



Slika 2.4 prikazuje kako je sklopka uključena u vod. Potpuno je svejedno gdje ćemo je uključiti u vod, jer se struja prekida ma gdje je vod prekinut.

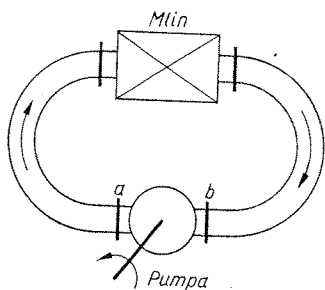
Sve dosadašnje slike prikazuju najjednostavniji električki strujni krug, sastavljen samo od jednog izvora i jednog trošila. Ima međutim i složenijih strujnih krugova i kompliciranije sastavljenih električkih uređaja, no prilike i pojave u njima mogu se lako shvatiti ako se dobro zna kakve su prilike u jednostavnom električkom strujnom krugu.

Treba, dakle, sada pobliže razmotriti što se sve događa u jednostavnom električkom strujnom krugu. Pri tome nam je izvjesna poteškoća to da se elektricitet i njegovo gibanje u vodiču ne može vidjeti, a niti sam elektricitet neposredno osjetiti bilo kojim od naših osjetila.



Sl. 2.4. Sklopka uključena u strujni krug.

Mi vidimo, na primjer, kako voda teče, možemo to strujanje pratiti i lakše doći do osnovnih zakona toga strujanja. Zbog toga, da bismo dobili neku slikovitu



Sl. 2.5. Električkom strujnom krugu analogni strujni krug vode.

predodžbu o električnoj struji, često se služimo uspoređivanjem električne struje sa strujanjem vode. No tu valja biti oprezan, jer nije svako gibanje vode adekvatno električnoj struji u našem strujnom krugu. Ispravnu analognu predodžbu vodenog strujnog kruga prikazuje nam slika 2.5. Tu je kao izvor vodene struje uzeta sisaljka koja tjera vodu u neko trošilo, na primjer mlin, gdje se iskorićuje energija gibanja vode za obavljanje rada. Ono što povezuje izvor s trošilom jesu dovodna i odvodna cijev. One ne smiju imati nigdje zapreke, ako želimo da voda struji. Ako stavimo na neko mjesto zašun (ventil), možemo njime spriječiti vodeno strujanje isto onako kako smo sklopkom u električkom strujnom krugu spriječili električko strujanje.

## 2.2.

### JAKOST ELEKTRIČNE STRUJE

Ono što je do sada bilo rečeno u elektricitetu i o električnoj struji, bilo je samo kvalitativno opisivanje pojava. Nauka i tehnika ne zadovoljavaju se međutim samim opisivanjem, one žele znati također kolika je promatrana pojava, da li je veća ili manja od druge istovrsne.

Zato treba one fizikalne veličine koje su mjerodavne za neku pojavu mjeriti i brojčano predočiti. To je već istakao i veliki fizičar lord Kelvin, kad je rekao da o nečemu možemo nešto znati samo onda ako to možemo izmjeriti i izraziti numerički.

Tako ćemo i mi u našem strujnom krugu provesti izvjesna mjerenja. No prije svega trebamo one veličine koje želimo mjeriti točno definirati.

Prva električka fizikalna veličina, koju ćemo razmatrati u našem strujnom krugu, jest jakost električne struje, a označit ćemo je slovom  $I$ . Makar da je to posve fizikalna veličina, ona je ipak nekako bliza i shvatljiva, dapače i onima koji se ne bave fizikom i tehničkim problemima, već samo iskorićuju električnu struju u praktičke svrhe. Često čujemo kako i oni koji su neupućeni u probleme elektrotehnike kažu da je električna struja jača ili slabija. Oni to ispravno zaključuju prema tome da li, na primjer, žarulja svijetli jače ili slabije, da li im elektromotor dobro vuče ili ne.

Pod pojmom jakosti električne struje razumijeva se, dakle, jedna od fizikalnih veličina od koje će ovisiti učinak električne struje u našim trošilima. Budući da je električna struja gibanje električkih čestica, možemo shvatiti da će učinak njihov biti to veći, što je intenzitet tog strujanja veći, a to znači što je veća količina elektriciteta u jednoj sekundi ušla iz izvora na ulaznoj stezaljki u trošilo da tamo obavi rad.

Na osnovi toga može se kao mjera za jakost električne struje na nekom mjestu strujnog kruga uzeti količina elektriciteta što je prošla u jedinici vremena (u sekundi) kroz presjek vodiča na tome mjestu.

Matematički može se, dakle, jakost električne struje ili intenzitet električkog strujanja izraziti jednadžbom

$$I = \frac{Q}{t}$$

gdje su  $I$  - jakost električne struje

$Q$  - količina elektriciteta što je kroz presjek prošla u vrijeme  $t$

$t$  - vrijeme

To je u skladu i s analognom slikom vodenog strujanja. I tamo se može kao mjera za intenzitet (jakost) vodenog strujanja smatrati količina vode, koja je na nekom mjestu u sekundi protjecala kroz cijev:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Pri strujanju vode lako je ovu veličinu i izmjeriti; treba samo pustiti da neko vrijeme  $t$  (sekunda) voda teče u neko spremište i tamo izmjeriti ukupnu količinu vode  $Q$  ( $m^3$ ) koja je za to vrijeme istekla. Ako sada podijelimo  $Q$  sa  $t$  dobivamo protjecanu količinu vode u jednoj sekundi, a to je baš intenzitet strujanja  $I$ .

Dok se dakle kod vodene struje može ovako mjerenje relativno lako provesti, pri određivanju jakosti električne struje nalazimo na poteškoće, jer se količina protjecanih električkih čestica ne može direktno opaziti niti prebrojiti.

Takvom direktnom metodom nemoguće je, dakle, provesti mjerenje jakosti električne struje, no to se može obaviti na drugi način. Vidjeli smo, naime, da je jakost struje  $I$  veličina o kojoj ovisi učinak električne struje, pa je onda lako shvatljivo da se jakost električne struje može odrediti indirektno, prema njezinu učinku. Pri tome je u principu svejedno koji će se učinak električne struje odabrati od ona tri osnovna, da se provede to mjerenje. Može se, kako je bilo već u prvim danima elektrotehnike uobičajeno, odabrati kemijski učinak. U tom slučaju kao mjera za jakost struje služi količina kemijske supstancije što je struja pri svom prolazu izluči iz elektrolita u jednoj sekundi.

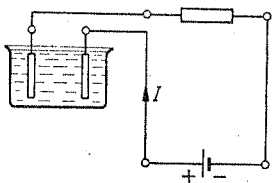
Ako bi, na primjer, jedna promatrana električna struja izlučila iz vodene otopine  $AgNO_3$  dvostruko više srebra u jednoj sekundi nego koja druga struja, ona je i dvostruko jača. Ovakvo mjerenje, zapravo uspoređivanje jakosti struja, treba međutim provesti na način koji će punovažno vrijediti u svim zemljama. Zato je bilo potrebno odabrati jedinicu za mjerenje jakosti struje.

Prvotno je odlučeno da se kao jedinica za jakost struje uzme ona električna struja, koja je u stanju da iz vodene otopine  $AgNO_3$  izluči u jednoj sekundi 1,1180 mg srebra\*.

Ta jedinica naziva se amper, u počast fizičara Amperea, a njezina oznaka je A. Pripada jedinicama Giorgijeva sistema, odnosno jedinicama »Internacionalnog sistema« (SI).

\* Poblize o jedinicama za mjerenje električkih veličina govori se u posebnom poglavlju.

Mjerenje jakosti električne struje na nekom mjestu strujnog kruga vrši se prema ovoj metodi tako, da se struja čija nas jakost zanima prisili da prolazi i kroz elektrolit  $\text{AgNO}_3$ . Onda se vaganjem odredi količina izlučenog srebra i prema gornjem se izračuna broj ampera koji karakterizira kvantitativno jakost struje, slika 2.6.



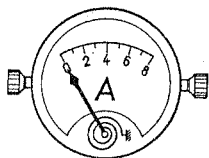
Sl. 2.6. Mjerenje jakosti električne struje na osnovi njenog kemijskog učinka.

Ako je, na primjer, mjerenje trajalo 10 sekunda i ako je za to vrijeme izlučena količina srebra na katodi iznosila 55,90 mg, onda je u jednoj sekundi bilo izlučeno  $55,90/10 = 5,590$  mg srebra. Prema tome, jakost struje iznosi

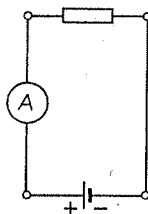
$$I = \frac{55,90}{1,1180} = 5 \text{ A}$$

Ovaj način mjerenja, ma da je potpuno ispravan, nije baš prikladan za praksu. Danas se za mjerenje jakosti struje općenito upotrebljavaju instrumenti koji djeluju na osnovi magnetskog učinka električne struje, jer je mjerenje pomoću njih mnogo jednostavnije.

Električna struja koju mjerimo prolazi kroz sistem instrumenta i tamo stvorena magnetska sila pomakne kazaljku, te se prema njenom odklonu na baždarenoj skali može odmah očitati broj ampera jakosti struje, slika 2.7. Ovi instrumenti zovu se ampermetri, a njihova je shematska slika  $\text{ⓐ}$  na sl. 2.8.



Sl. 2.7. Instrument za mjerenje jakosti struje, ampermetar.

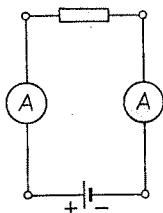


Sl. 2.8. Serijsko ukapčanje ampermetra.

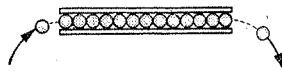
Ampermetri se ukapčaju u strujni krug na ono mjesto električnog voda gdje želimo saznati kolika je jakost struje. Način ukapčanja je potpuno isti kao da je uključena elektrolitska ćelija za mjerenje jakosti struje. Treba, naime, vod na tome mjestu prekinuti i tako dobivena dva slobodna kraja voda priključiti na stezaljke (priključnice) ampermetra. Time se struja prisiljava da prolazi i kroz instrument. Takav način ukapčanja zovemo serijskim, slika 2.8.

Ako bismo sada prema slici 2.9 ukopčali u jednostavni strujni krug više ampermetara na raznim mjestima, mogli bismo lako konstatirati da svi oni pokazuju istu jakost struje. Ova eksperimentalno utvrđena činjenica upućuje nas na važan zaključak, da strujanje elektriciteta u vodičima treba smatrati nestlačivim strujanjem, kao što je i strujanje vode u cijevima nestlačivo. To znači da je količina elektri-

cigeta koja je pri strujanju ušla u trošilo točno jednaka količini elektriciteta koja je u to vrijeme iz njega izašla. To vrijedi i za svaki element strujnog kruga, dapače i za svaku točku našeg jednostavnog strujnog kruga. Slikovito se to može predočiti tako da električne čestice, u našem primjeru elektrone, smatramo nestlačivim



Sl. 2.9. U jednostruko zatvorenom strujnom krugu uključeni ampermetri pokazuju istu jakost struje.



Sl. 2.10. Slikovito predočeno nestlačivo strujanje elektriciteta.

kuglicama koje se pri strujanju u zatvorenoj cijevi pomiču tako da kad jedna kuglica uđe u cijev, istovremeno jedna na drugom kraju izađe, jer se zbog nestlačivosti kuglice ne mogu sakupljati (kumulirati) u zatvorenoj cijevi, slika 2.10.

Osim osnovnih i izvedenih jedinica internacionalnog sistema primjenjuje se u praksi još veće i manje jedinice, a dobivamo ih množenjem s faktorom koji je neka potencija broja 10. Te se jedinice označuju tzv. prefiksima.

#### Oznake dijelova i višekratnika jedinica

TABLICA I

Dio ili višekratnik	P r e f i k s	O z n a k a
$10^{-18}$	ato	a
$10^{-15}$	femto	f
$10^{-12}$	piko	p
$10^{-9}$	nano	n
$10^{-6}$	mikro	$\mu$
$10^{-3}$	mili	m
$10^3$	kilo	k
$10^6$	mega	M
$10^9$	giga	G
$10^{12}$	tera	T

Npr. 1 pA (pikoamper) =  $10^{-12}$  A



### 2.3. MJERENJE KOLIČINE ELEKTRICITETA I GUSTOĆE STRUJE

Iz definicije jakosti struje  $I = Q/t$  slijedi da je količinu elektriciteta moguće izračunati pomoću jednadžbe

$$Q = I \cdot t$$

Budući da su nam jedinice za  $I$  i  $t$ , a to su amper i sekunda, već poznate, možemo prema gornjoj relaciji odrediti jedinicu za mjerenje količine elektriciteta. Ta jedinica jednaka je, naime, umnošku ampera i sekunde, pa se i naziva ampersekunda i označuje As, a njezin kraći naziv je kulon, oznaka C, prema imenu poznatog fizičara Coulomba, koji je ispitivao sile među električkim nabojima.

Prema tome:

$$1 \text{ C} = 1 \text{ As}$$

Osim ove jedinice za količinu elektriciteta ili za električki naboj koja je osnovna u Giorgijevu sustavu jedinica, mnogo se upotrebljava u praksi i jedna veća jedinica, dobivena tako, da se za vrijeme  $t$  umjesto jedne sekunde uzme jedinica jedan sat, pa se dobije jedan ampersat, oznaka Ah. Vrijedi, dakle

$$1 \text{ Ah} = 3600 \text{ As} = 3600 \text{ C}$$

Najmanju količinu elektriciteta predstavlja naboj jednog elektrona. Točna mjerenja pokazuju da elektronu treba pripisati količinu negativnog elektriciteta od

$$-1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

Taj elementarni naboj često se označuje slovom  $e$ , pa je

$$e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

Odgovarajuće je i najmanja količina pozitivnog elektriciteta, elementarni pozitivni naboj što ga posjeduje proton

$$+1,60 \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

Prema tome, količinu elektriciteta od jednog kulona predstavlja  $1/1,60 \cdot 10^{-19} = 6,24 \cdot 10^{18}$  elektrona. Ako, dakle, kroz vodič teče struja jakosti 1 A, znači da na jednom mjestu kroz okomiti presjek vodiča prolazi u 1 sekundi količina 1 C ili  $6,24 \cdot 10^{18}$  elektrona.

U praktičkoj, a i u teoretskoj elektrotehnici, mnogo se koristi još jedna račun-ska veličina vezana uz električnu struju, a to je gustoća struje  $I$ . Ona je definirana kao jakost struje što otpada na jedinicu površine poprečnog presjeka vodiča kroz koji prolazi struja. Ili: to je količina elektriciteta koja u jedinici vremena prođe na promatranom mjestu kroz jedinicu površine okomitog poprečnog presjeka vodiča. Dakle

$$I = \frac{I}{S} = \frac{Q}{S \cdot t}$$

gdje je  $S$  površina presjeka.

Gustoća struje mjeri se u Giorgijevu sustavu jedinica brojem ampera na jedan kvadratni metar:  $\text{A}/\text{m}^2$ . No često se u praktičkim računima radije računa brojem ampera na kvadratni milimetar  $\text{A}/\text{mm}^2$ , jer su poprečne dimenzije naših vodiča (žica) reda veličine od nekoliko  $\text{mm}^2$ .

## 2.4.

### TREKUTNA VRIJEDNOST JAKOSTI STRUJE

Pri definiciji jakosti struje  $I$  prema formuli  $I = Q/t$  bilo je pretpostavljeno da je tokom vremena gibanje elektrona jednolično. To znači da je u jednakim vremenskim intervalima na promatranom mjestu vodiča prošla kroz okomiti presjek vodiča ista količina elektriciteta.

U tom je slučaju  $Q/t$  stalna veličina za bilo kako velik vremenski interval  $t$ , pa je i struja konstantne jakosti, i ta se konstantna jakost simbolički označuje velikim slovom  $I$ .

Lako možemo zamisliti da količina protjecanog elektriciteta tokom vremena nije jednolična, već da može biti promjenljiva. Tada struja neće biti konstantna, nego će se njena jakost mijenjati. U tom bi slučaju kvocijent količine elektriciteta  $Q$ , koja je kroz neko konačno vrijeme  $t$  protekla na jednom mjestu vodiča i vremena  $t$ , bio srednja vrijednost jakosti struje u tom vremenskom intervalu.

Budući da se u vremenu jakost takve struje mijenja zovemo tu struju promjenljivom, a označujemo je općenito malim slovom  $i$ . No i u tom se slučaju može za izračunavanje jakosti struje iskoristiti prvotna definiciona formula. Treba samo prema pravilu infinitezimalnog računa uzeti u promatranje tako kratke vremenske intervale  $dt$  za koje se može pretpostaviti da će tok količine elektriciteta  $dq$  biti jednoličan. I u tom će slučaju kvocijent  $dq/dt$  označavati jakost struje

$$i = \frac{dq}{dt}$$

u tom beskonačno kratkom (infinitezimalnom) vremenskom intervalu. A kako je beskonačno kratko vrijeme zapravo samo jedan trenutak, to nam kvocijent  $dq/dt$  predstavlja jakost struje baš samo u tom promatranom trenutku.

Zato se izraz

$$i = \frac{dq}{dt}$$

i naziva trenutna ili momentana vrijednost jakosti struje.

U daljnjim tumačenjima posebno su objašnjene različite vrste promjenljivih struja.

## 2.5.

### SMJER ELEKTRIČNE STRUJE

U prijašnjim razlaganjima rečeno je da je u metalnim vodičima električna struja gibanje elektrona, što znači gibanje negativnog elektriciteta od minus pola izvora kroz trošilo prema plus polu izvora.

Do te spoznaje došlo je tek onda kada je nauka o sastavu materije unijela više svjetla u bit elektriciteta i tako objasnila šta je električna struja.

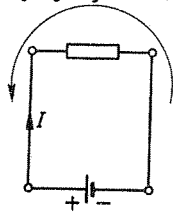
U prvim danima elektrotehnike fizičari su uzeli, prema analogiji sa strujanjem vode koja teče od mjesta višeg tlaka (+) prema mjestu nižeg tlaka (-), da je u

metalnim vodičima kao i općenito u strujnim krugovima smjer električne struje od (+) pola izvora kroz trošilo prema (-) polu izvora. Takav način označivanja smjera struje, usvojen u prošlom stoljeću, upotrebljava se općenito i danas u nauci i tehnici.

U našim električkim strujnim krugovima treba, dakle, razlikovati smjer električne struje od smjera gibanja elektrona.

Ovakvo usvajanje označivanja smjera struje, slika 2.11, od (+) pola izvora kroz trošilo prema (-) polu, u biti znači to da smjerom električne struje smatramo uvijek onaj u kojem bi se gibale pozitivne električne čestice od izvora kroz trošilo i natrag u izvor.

*Smjer gibanja elektrona*



Sl. 2.11. Dogovorom usvojen način označivanja smjera struje  $I$ .

Da se pak pozitivnoj stezaljci izvora pripisuje + predznak nastalo je posve slučajno. Pozitivne stezaljke naših električkih izvora posjeduju naime isti polaritet električkog naboja kao što ga dobiva staklene štapi pri trenju s kožom. A još je iz vremena prije B. Franklina uobičajeno i općenito prihvaćeno da se elektricitetu stakla pridaje pozitivan predznak, dok je elektricitet što ga dobiva vunom natrt štapi od smole dobio negativan predznak. Time se, naime, htjelo jedino naznačiti suprotnost karaktera elektriciteta stakla od onog što ga ima štapi od smole.

Ovakvo dogovoreno definiranje smjera električne struje ništa ne smeta egzaktnosti pri tumačenju električkih pojava vezanih uz pojam jakosti struje. Kao dokaz tome može poslužiti eksperimentalno utvrđena činjenica da se baš pri onom učinku električne struje koji je njezina bitna oznaka, a to je magnetizam, dobiva identična magnetska sila bilo da je struja stvorena gibanjem negativnih električnih naboja u jednom smjeru, ili je pak stvorena gibanjem pozitivnog elektriciteta u suprotnom smjeru.

Osim toga, treba napomenuti da električna struja može biti realizirana gibanjem pozitivnog elektriciteta u jednom smjeru, uz istovremeno gibanje negativnog elektriciteta u suprotnom smjeru. Jakost struje bit će tada sastavljena od dva dijela, jedan uzrokuje gibanje pozitivnog elektriciteta, a drugi negativnog. Oba dijela se aritmetički sumiraju jer su, matematički gledano, istog predznaka, budući da je uz promjenu predznaka električkog naboja promijenjen istovremeno i predznak smjera gibanja.

Ako je jakost struje ostvarena na taj način da se u strujnom krugu električki naboji gibaju tokom vremena trajno u jednom te istom smjeru, nazivamo struju istosmjernom (ili jednosmjernom), a ako se naboji koji stvaraju struju gibaju naizmjenice sad u jednom, a sad u drugom smjeru, onda je struja izmjenična (ili naizmjenična).

Pri daljnjoj analizi električkog strujnog kruga samo nam se nameće pitanje kako bismo točno definirali uzrok zbog kojeg u strujnom krugu dolazi do strujanja elektriciteta i kako se može taj uzrok kvantitativno, dakle brojčano, izraziti.

Odgovor na ovo pitanje može se dobiti i iz analogne slike vodenog strujnog kruga. Lako se možemo uvjeriti da voda struji kroz cijevi i priključeni mlin zato, što su zbog djelovanja pumpe na krajevima cijevi,  $a$  i  $b$ , različiti tlakovi.

Na ulazu u cijev  $a$  nastao je neki pretlak, dok se na kraju  $b$  stvorio vakuum, pa voda uslijed te razlike tlakova teče od mjesta višeg tlaka prema mjestu nižega tlaka.

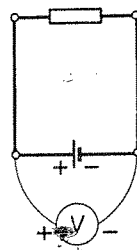
Ako ovakvo tumačenje prenesemo na naš električki strujni krug, i za nj možemo kazati da će struja teći zato jer na polovima izvora postoji neka razlika električkih tlakova. Već nam je otprije poznato da na negativnom polu izvora postoji suvišak elektrona, dok pozitivni pol ima manjak elektrona. Ova razlika električkih stanja uzrokuje da se elektroni s minus pola pomiču kroz vod i trošilo prema plus polu. Prema elektrotehničkoj terminologiji, ova se razlika električkih stanja (+) i (-) pola izvora naziva električki napon. Možemo, dakle, kazati da je glavna i karakteristična osobina izvora upravo to da on posjeduje napon koji se pojavljuje među njegova dva pola. Oznaka za napon je slovo  $U$ .

Da bi se električni naponi mogli međusobno uspoređivati, treba ih mjeriti. Dogovoreno je da se jedinica za mjerenje napona naziva volt, a označuje slovom  $V$ . Tako je, na primjer, napon Voltina elementa, prvog stalnog električkog izvora što ga je talijanski fizičar Alessandro Volta pronašao oko godine 1800., oko 1 V. Točnije se može ta jedinica definirati i ovako: napon Westonova normalnog elementa, koji služi baš za uspoređivanje napona, iznosi 1,0186 V. U poglavlju o jedinicama Giorgijeva sustava bit će i napon od 1 V posebno definiran, uz ostale električke jedinice.

Instrumenti pomoću kojih se mjeri napon zovu se voltmetri. Njihov je vanjski izgled sličan ampermetru: imaju kazaljku koja svojim otklonom na baždarenoj skali pokazuje odmah napon izražen brojem volta.

Kada želimo voltmetrom izmjeriti napon električkog izvora, moramo taj napon privesti mjernom sustavu voltmetra i tada će on svojim djelovanjem pomaknuti kazaljku instrumenta. Budući da je napon razlika električkih stanja dviju točaka, u našem slučaju obiju polova izvora, moramo ta dva električka stanja dovesti direktno od izvora do voltmetra. To znači da se obje stezaljke voltmetra spajaju direktno s polovima izvora, slika 2.12.

Takav način spajanja voltmetra zovemo paralelnim spajanjem, jer se voltmetar, prema slici, ukapča u spojnoj shemi usporedo s priključenim trošilom. Ovako će se općenito priključivati voltmetar uvijek kada treba izmjeriti napon bilo kojih



Sl. 2.12. Paralelno priključivanje voltmetra.

dviju točaka. Ako nas zanima, na primjer, napon nekog vodiča prema zemlji, priključit ćemo voltmetar direktno jednim krajem na vodič, a drugim na zemlju.

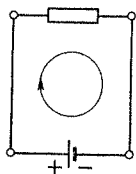
Postoji, prema tome, bitna razlika u načinima kako se uključuje ampermetar, a kako voltmetar. To je u vezi s činjenicom da o naponu općenito možemo govoriti uvijek s obzirom na dvije točke strujnog kruga, dok se jakost struje odnosi uvijek samo na jednu točku voda.

Osim osnovne jedinice za mjerenje napona, a to je volt, upotrebljavaju se još izvedene veće i manje jedinice, prema oznakama navedenim u tablici I.

## 2.7. UNUTARNJI ILI PROIZVEDENI NAPON, ELEKTROMOTORNA SILA

Pogledajmo još pobliže nastajanje napona na polovima ili stezaljkama električkih izvora. Otprije nam je poznato da kombinacija pozitivno i negativno nabijenog tijela posjeduje u sebi sakupljenu izvjesnu potencijalnu energiju. Zato se u nauci o elektricitetu različita električka stanja polova izvora, koja određuju koliki je napon izvora nazivaju potencijali. Tako se napon općenito definira kao razlika potencijala dviju točaka, u promatranom slučaju obiju polova izvora.

Nadalje je bilo objašnjeno da se električki pozitivna i negativna tijela dobiju na taj način da se odvoje elektroni od jednog atoma i prenesu nekom drugom atomu.



Sl. 2.13. Oznaka smjera djelovanja napona u strujnom krugu.

Odvajanje elektrona vrši se u električkim izvorima utroškom neke druge vrste energije i to tako, da se stranom silom svladava suprotstavljanje onih električkih sila koje drže u neutralnom atomu elektrone uz jezgru. Ta strana sila može se slikovito prozvati elektromotornom silom, koji naziv znači upravo to, da je ta sila uzrok pomicanju elektrona ili općenito električkih naboja.

Djelovanjem ove elektromotorne sile odvajaju se u unutrašnjosti izvora električki naboji i nastaje napon, koji zovemo unutarnjim ili proizvedenim naponom.

Mnogi taj napon prema njegovom uzroku nazivaju elektromotornom silom, što nas ne smije zavesti na misao da su električki napon i sila fizikalne veličine iste dimenzije.

Taj unutrašnji napon označuje se slovom  $E$ , ili također sa  $U_0$  i on se dalje predaje stezaljkama izvora.

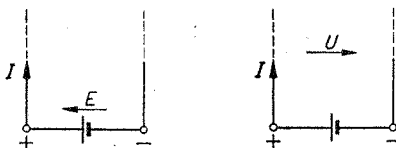
Ako se sva strana energija potrošena za stvaranje unutarnjeg napona  $E$  prenese bez gubitaka i na stezaljke, tj. polove izvora, bit će vanjski napon  $U$  jednak unutarnjem naponu  $E$ .

Pri objašnjenju prilika u strujnom krugu rečeno je da se kao smjer struje dogovorno uzima smjer od pozitivnog pola izvora kroz priključeno trošilo do negativnog pola izvora. Ako, dakle, na slici 2.13 označimo strelicom  $\odot$  smjer struje

u strujnom krugu, na osnovi toga možemo i naponu, kao uzroku struje, pripisati jedan smjer djelovanja. Razumljivo je da ćemo smjer djelovanja napona uzeti jednakim onome što ga ima i struja koju je napon potjerao. To označujemo uz simbol izvora strelicom, a ta ima unutar izvora smjer od negativnog pola prema pozitivnom. U tome, naime, smjeru strana sila, odnosno  $E$ , djeluje na odvajanje pozitivnog elektriciteta, pa zato i kažemo da struja kroz izvor prolazi od negativnog pola prema pozitivnom, sl. 2.14.

U onom pak dijelu strujnog kruga koji se od stezaljki izvora nastavlja dalje vodom do priključenog trošila djeluje vanjski napon  $U$  od pozitivnog pola prema negativnom polu. U tom će smjeru, kako je već rečeno, prolaziti struja kroz trošilo, a isto tako bi u tom smjeru prolazila struja i kroz bilo što, što bi omogućilo naponu  $U$  da potjera struju, dakle stavi u gibanje pozitivne električke naboje, od pozitivno označenog vodiča prema negativno označenom vodiču.

Smjer djelovanja vanjskog napona  $U$  možemo, dakle, označiti strelicom koja je izvan izvora usmjerena od pozitivnog pola prema negativnom, slika 2.14.



Sl. 2.14. Oznake smjera unutarnjeg i vanjskog napona.

Prema podacima sa slike 2.14 vidimo da postoje dva načina kako se, uz općenito prihvaćen smjer struje, može označiti u spojnim shemama smjer napona. Iako na prvi pogled izgledaju ta dva načina jedan suprotan drugome, ipak svaki od njih pri proračunima električkih strujnih krugova dovodi do istih točnih rezultata. Treba se, naime, točno pridržavati onoga što je prije rečeno, tj. treba znati da li se označena strelica napona odnosi na unutarnji napon (elektromotornu silu)  $E$  ili na vanjski napon  $U$ .

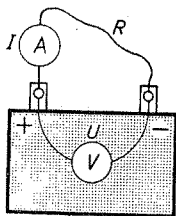
Ovo označivanje smjera struje i smjera napona nema neku veću važnost u jednostavnom slučaju, kao što je jednostruko zatvoren strujni krug. No u sastavljenim strujnim krugovima, gdje ima više različitih izvora i trošila i gdje prolazi više različitih struja, od bitne je važnosti da se pri analizi uzmu u obzir ovako definirani smjerovi, ako želimo ispravno računati.

Ova pravila o označivanju smjera struje i smjera napona prva su i osnovna pravila o smjerovima i na njih se nadovezuju sva ostala pravila o smjerovima u nauci o elektrotehnici.

### 3. OSNOVNI ZAKON ELEKTRIČKOG STRUJANJA

#### 3.1. OHMOV ZAKON

Vidjeli smo da je električna struja posljedica napona, pa će prema tome i jakost struje ovisiti o veličini napona. Da bi se utvrdila kvantitativna ovisnost, potrebno je izvršiti niz pokusa i provesti mjerenja. Ta mjerenja pokazuju da jakost struje ne ovisi samo o naponu stezaljki izvora, već i o tome što je na stezaljke izvora priključeno kao vanjski dio strujnog kruga.



Sl. 3.1. Mjerenje napona i jakosti struje na priključenom otporu.

Da bi nam za prvo vrijeme prilike u strujnom krugu bile što jednostavnije i preglednije, pretpostavit ćemo da se cio strujni krug sastoji od izvora i trošila. Priključit ćemo, dakle, trošilo bez posebnog voda na izvor direktno, pa smo time isključili utjecaj voda. A kao trošilo možemo uzeti spiralu rešoa ili žarulju, što je u biti samo jedan vodič električne struje. Taj ćemo vodič priključivati redom na izvore raznih napona i prema slici 3.1 na instrumentima, voltmetru i ampermetru, očitavati vrijednosti ispitivanih veličina.

Pokusi pokazuju da će pri povećanom naponu porasti i jakost struje, dok će pri smanjenom naponu jakost struje biti manja. Ukoliko smo se pobrinuli da se temperatura vodiča pri mjerenjima ne mijenja, možemo konstatirati da će jakost struje biti direktno proporcionalna naponu.

No ako sada na jedan te isti stalni napon priključujemo različite vodiče, možemo vidjeti da će se jakost struje mijenjati, dakle da ovisi o priključenom trošilu.

Da bismo i kvantitativno izrazili utjecaj priključenog vodiča na veličinu jakosti struje, moramo i za vodiče uvesti jednu veličinu kojom će se izraziti prije spomenuta činjenica da kroz neke vodiče teče jača, a kroz neke slabija struja.

Ta električka veličina, koja će u električkom pogledu okarakterizirati vodič, može se ovako definirati : vodič koji propušta slabiju struju ima veći električki otpor od onoga pri kojem je uz isti napon struja jača.

Tako uvedena veličina, električki otpor, označena slovom  $R$ , omogućuje nam da pomoću nje odgovorimo na pitanje o čemu ovisi jakost struje u promatranom strujnom krugu. Možemo, dakle, kazati da je jakost struje  $I$  direktno proporcio-

nalna naponu  $U$ , a obrnuto proporcionalna otporu  $R$ . To se matematički može izraziti jednačinom

$$I = k \cdot \frac{U}{R}$$

Faktor proporcionalnosti  $k$  ovisi o tome kako su odabrane sve jedinice kojima mjerimo električne veličine koje ulaze u ovu jednačinu.

Da bi računi bili jednostavni i da bi otpali parazitni faktori proporcionalnosti, mjerit ćemo sve veličine jedinicama Giorgijeva koherentnog sistema. U tom je, dakle, slučaju faktor  $k = 1$ , pa gornja relacija dobiva oblik

$$I = \frac{U}{R}$$

Prema gornjem zahtjevu odabrana jedinica za električni otpor naziva se, u počast fizičaru Ohmu, jedan om, a označuje se velikim grčkim slovom omega,  $\Omega$ .

Otpor od  $1 \Omega$  mogao bi se realizirati ovako: to je otpor što ga električnoj struji pruža stupac žive dug  $106,25 \text{ cm}$ , poprečnog presjeka  $1 \text{ mm}^2$ , na temperaturi od  $0^\circ \text{C}$ .

U sklopu ostalih jedinica koherentnog Giorgijeva sistema izvodi se definicija jedinice  $1 \Omega$  na osnovi relacije  $I = U/R$ , ako u nju uvrstimo jedinice, jer je njena važnost i tada ispunjena. Tako dobivamo

$$1 \text{ A} = \frac{1 \text{ V}}{1 \Omega}$$

odakle slijedi da će otpor od jednog oma imati onaj vodič koji uz napon od jednog volta uzima struju jakosti jedan amper:  $\Omega = \text{V/A}$ .

Osim osnovne jedinice  $1 \Omega$  upotrebljavaju se u računima veće i manje jedinice s prije navedenim prefiksima. Tako, na primjer

$$10^3 \Omega = 1 \text{ k} \Omega \dots \text{kiloom} \quad 10^6 \Omega = 1 \text{ M} \Omega \dots \text{megaom}$$

Prijašnja jednačina  $I = U/R$  može se prikazati i na druga dva matematički ekvivalentna načina, tako da postoje slijedeće tri relacije

$$I = \frac{U}{R} \quad (\text{I}); \quad R = \frac{U}{I} \quad (\text{II}); \quad U = I \cdot R \quad (\text{III})$$

Svaka od ovih relacija može se detaljnije razmatrati i svaka će nam dati novih spoznaja o električkom strujnom krugu.



### 3.2.

### ELEKTRIČKI OTPOR

Pogledajmo najprije izraz (II):  $R = U/I$ .

Ova jednadžba u biti je matematički izraz za definiciju električkog otpora  $R$  i omogućuje da se uvijek mjerenjem odredi koliki je otpor nekog vodiča.

Prema gornjoj jednadžbi bit će taj otpor izražen u omima, jednak kvocijentu broja volta priključenog napona  $U$  i broja ampera struje  $I$  koja je prolazila kroz vodič.

Ukoliko se temperatura i ostale vanjske prilike u kojima se vodič nalazi ništa ne mijenjaju, može se uzeti, kako je pokazao fizičar G. S. Ohm, da će otpor  $R$  vodiča biti konstantna veličina, pa jednadžba (II) poprima oblik

$$R = \frac{U}{I} = \text{konst}$$

koji se naziva Ohmov zakon. To gotovo potpuno vrijedi za metalne vodiče na konstantnoj temperaturi i tada je doista jakost struje proporcionalna naponu

$$I = \text{konst} \cdot U$$

Drugim riječima to znači da je samo uz gornje uvjete veličina otpora  $R$  neovisna o priključenom naponu, odnosno o jakosti struje koja kroza nj prolazi, dok će općenito u naravi  $R$  ovisiti o struji. Ipak, kako je istaknuto, ako  $R$  nije konstantan i ako ovisi o jakosti struje, daje nam jednadžba II Ohmova zakona podatak koliki je otpor uz upravo primijenjeni napon i struju.

Primjenjujući, dakle, ovu metodu na mjerenje otpora  $R$ , možemo na osnovi niza pokusa saznati o čemu sve ovisi veličina  $R$ . Tako se pokazalo da otpor vodiča  $R$  ovisi

- o materiji od koje je izrađen vodič:  $\rho$
- o duljini vodiča:  $l$
- o poprečnom presjeku:  $S$
- o temperaturi:  $\vartheta$

Pri tome je otpor  $R$  direktno ovisan o duljini  $l$ , dok je sa presjekom  $S$  u obrnutom omjeru. Utjecaj materijala uračunava se faktorom  $\rho$ , koji se zove specifični otpor materijala. Najkompliciraniji je utjecaj temperature  $\vartheta$ . Da bismo taj utjecaj u prvom računu eliminirali, promatrat ćemo za prvo vrijeme sve prilike na jednoj stalnoj, nepromijenjenoj temperaturi i to na temperaturi sobe, za koju se uzima da je 20°C.

Uz ove pretpostavke dobit ćemo mjereni otpor baš za tu temperaturu, pa ga zato označujemo indeksom 20.

Spomenuta ovisnost može se, dakle, matematički predočiti jednadžbom

$$R_{20} = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

Materijalna konstanta  $\rho$  naziva se specifični otpor\* ili otpornost dotičnog materijala od kojeg je izrađen vodič, a značenje te konstante dobiva se ako iz gornje jednadžbe izrazimo  $\rho$ . Dobivamo

$$\rho = R_{20} \cdot \frac{S}{l}$$

što znači da je  $\rho$  numerički broj oma što ga na 20 °C ima vodič izrađen od promatranog materijala, čiji su presjek i duljina jednaki jedinici.

Uzevši, dakle, u obzir da je jedinica za duljine u Giorgijevu sistemu 1 m, a jedinica površine 1 m<sup>2</sup>, izlazi da se  $\rho$  u Giorgijevu sistemu mjeri u

$$\Omega \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = \Omega \cdot \text{m}$$

dakle u ommetrima.

U praksi se često za proračun otpora vodiča navode, u priručnim tablicama vrijednosti specifičnog otpora  $\rho$  koje su izražene u omima za 1 m duljine, ali za presjek žice od 1 mm<sup>2</sup>. Te su vrijednosti veće od onih Giorgijeva sistema 10<sup>6</sup> puta, jer je 1 m<sup>2</sup> = 10<sup>6</sup> mm<sup>2</sup>, pa je prema tome odnos jedinica

$$1 \Omega \text{ m} = 10^6 \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Ako se računa sa specifičnim otporom  $\rho$  izraženim u  $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ , onda se u jednadžbu za proračun otpora  $R_{20}$  mora uvrstiti  $l$  izražen u metrima, ali presjek  $S$  u kvadratnim milimetrima.

U tablici II navedene su vrijednosti specifičnog otpora  $\rho$  nekih važnijih elektrotehničkih materijala, ne samo metala, koji su najbolji vodiči električne struje, nego i materijala za izradbu otpornika.

TABLICA II

**Specifični električki otpor:  $\rho$  i temperaturni koeficijent otpora:  $\alpha$  pri temperaturi 20 °C**

N a z i v	Oznaka	Specifični električni otpor $\rho$	Specifična vodljivost $\kappa$	Temperaturni koeficijent otpora $\alpha$
		$\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$	$\text{S} \cdot \text{m}/\text{mm}^2$	$1/^\circ\text{C}$
Aluminij	Al	0,0270	37	0,0040
Bakar (mek)	Cu	0,0172	58	0,0039
Bronca II	Bc	0,0278	35,8	0,004
Kositar	Sn	0,115	8,6	0,0042
Mjed	Mj	0,075	13,3	0,0016
Nikal	Ni	0,09	11	0,006
Olovo	Pb	0,208	4,8	0,0043
Srebro	Ag	0,0163	61,4	0,0041
Željezo (čisto)	Fe	0,098	10,1	0,0065
Živa	Hg	0,958	1,04	0,0009
Cekas		1,11	0,93	0,00019
Kanthal A <sub>1</sub>		1,45	0,7	0,000032
Manganin		0,48	2,14	0,000015
Konstantan		0,49	2,1	0,00005

\* Latinska riječ species znači vrsta

Iz podataka u tablici vidi se da od svih materijala najmanji otpor električnoj struji pruža srebro. Odmah iza srebra dolazi bakar, koji ima tek nešto veći specifični otpor, a iza bakra aluminij.

Razumljivo je da se zbog skupoće srebro neće upotrebljavati za izradbu vodiča već će se najviše koristiti bakar i aluminij. Dobro je da se zapamte vrijednosti specifičnog otpora bakra i aluminija, jer se u praktičkim računima često moraju izračunavati otpori bakrenih i aluminijskih vodiča

$$\rho_{\text{Cu}} = 0,0172 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \quad \rho_{\text{Al}} = 0,027 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$$

Iz osnovne jednadžbe za proračun otpora vodiča vidi se da izbor materijala bitno utječe na veličinu otpora. No ipak se i od različitih materijala mogu izraditi vodiči iste duljine, a da su im otpori jednaki. To će biti ispunjeno ako se presjeci  $S$  obaju vodiča odnose isto kao njihovi specifični otpori. To se vidi iz relacija

$$R_1 = \rho_1 \cdot \frac{l}{S_1}; \quad R_2 = \rho_2 \cdot \frac{l}{S_2}$$

a uz uvjet da je  $R_1 = R_2$ , slijedi  $\rho_1/S_1 = \rho_2/S_2$  ili  $S_1 : S_2 = \rho_1 : \rho_2$  pa je

$$S_1 = S_2 \cdot \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Ako bi se, dakle, bakreni vodič morao zamijeniti s aluminijskim iste duljine, a da ima i jednak otpor, trebao bi presjek aluminijskog vodiča biti

$$\frac{\rho_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Cu}}} = \frac{0,027}{0,0172} = 1,56$$

dakle 1,56 puta veći od presjeka bakrenog vodiča.

Ima slučajeva kada želimo u električkim uređajima pružiti struji baš neki veći otpor. Tada ćemo za izradbu otpornih žica, ukratko otpornika, upotrijebiti materijal s većim specifičnim otporom  $\rho$ . Takvi otporni materijali su redovno legure ili slitine raznih metala.

Za elektrotermička grijala iskorišćuju se najčešće legure kroma i nikla, cekas i kantel, jer osim što im je specifični otpor veći, još su i otporni protiv korozije na visokim temperaturama.

U daljnjem nizu materijala dolaze materijali sa sve većim specifičnim otporom, što su već izolacioni materijali. Oni se upotrebljavaju za izradbu dijelova u konstrukcijama elektrotehničkih aparata i uređaja koji treba da spriječe prolazak električnoj struji.

## 3.3.

## UTJECAJ TEMPERATURE NA ELEKTRIČKI OTPOR

Utjecaj temperature na veličinu otpora pri metalnim vodičima je redovno takav da se s povišenom temperaturom povećava i otpor, dok se, obrnuto, sa smanjivanjem temperature otpor smanjuje.

Ako bismo, dakle, uzeli  $20^{\circ}\text{C}$  kao početnu, referentnu temperaturu i ako za neki vodič izmjerimo njegov otpor na  $20^{\circ}\text{C}$ , te otpor na povišenoj temperaturi  $\vartheta$ , ako je dakle povišenje temperature jednako  $\Delta\vartheta = \vartheta - 20^{\circ}$ , mogli bismo konstatirati da je otpor  $R$  sada veći za iznos  $\Delta R$ , pa je

$$R = R_{20} + \Delta R$$

Mjerenja pokazuju da je prirast otpora  $\Delta R$  direktno proporcionalan prvotnom otporu  $R_{20}$ , nadalje povišenju temperature  $\Delta\vartheta$ , ali da ovisi i o vrsti materijala od kojeg je vodič izrađen, a to se uzima u račun tzv. temperaturnim koeficijentom otpora  $\alpha_{20}$ , pa je

$$\Delta R = R_{20} \cdot \Delta\vartheta \cdot \alpha_{20}$$

Imamo, dakle

$$R = R_{20} + R_{20} \cdot \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta = R_{20} (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta)$$

ili

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} [1 + \alpha_{20} \cdot (\vartheta - 20)]$$

Ovim jednadžbama izraženo je ujedno i to da se smanjivanjem temperature smanjuje vrijednost otpora  $R$  vodiča. U tom, naime, slučaju izlazi  $\vartheta - 20$  negativno, pa je uz pozitivno  $\alpha_{20}$  promjena  $\Delta R$  negativna.

Značenje i dimenzija temperaturnog koeficijenta otpora dobivaju se ako se iz gornje jednadžbe izračuna  $\alpha_{20}$

$$\alpha_{20} = \frac{\Delta R}{R_{20} \cdot \Delta\vartheta}$$

što znači da  $\alpha_{20}$  numerički predstavlja iznos za koliko se oma mijenja svaki prvotni om (što ga ima vodič prije zagrijavanja) uslijed promjene temperature za  $1^{\circ}\text{C}$ . Iz ove jednadžbe slijedi i dimenzija, a ta je  $1/^{\circ}\text{C}$  ili  $(^{\circ}\text{C})^{-1}$ .

Za područje gdje nisu prevelike razlike temperature može se smatrati da je temperaturni koeficijent otpora konstanta.

Za većinu čistih metala koeficijent  $\alpha_{20}$  ima vrijednost između  $3 \cdot 10^{-3}$  do  $4 \cdot 10^{-4}$ , a za žareni bakar 0,00393. Legure imaju redovno još manje vrijednosti, a to znači da se otpor legura pri promjeni temperatura mnogo manje mijenja nego što je to kod čistih metala.

U tablici II nalaze se uz vrijednosti specifičnih otpora i podaci o koeficijentu  $\alpha_{20}$ .

Iz podataka u tablici vidi se da npr. legure manganin i konstantan imaju  $\alpha_{20}$  tako malen da se njihov otpor na normalnim promjenama sobnih temperatura može smatrati praktički konstantnim. Ovakvi otpornici upotrebljavaju se tamo

gdje se zahtijeva da njihov otpor bude uvijek istog iznosa, kao što je to u aparatima i uređajima mjerne tehnike.

Jednadžba  $R = R_{20} \cdot [1 + \alpha_{20} (\vartheta - 20)] = R_{20} [1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta]$  predstavlja (uz pretpostavku  $\alpha_{20} = \text{konstanta}$ ) u koordinatnom sustavu  $(R, \vartheta)$  pravac koji je nacrtna na slici 3.2. To slijedi iz razmatranja odnosa  $dR/d\vartheta$ , koji je jednak

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{dR}{d\vartheta} = R_{20} \cdot \alpha_{20}$$

a koji geometrijski predstavlja u grafičkoj predodžbi za bilo koju točku funkcije  $R = f(\vartheta)$  pripadni gradijent ili koeficijent smjera. Budući da su prema prijašnjoj pretpostavci  $R_{20}$  i  $\alpha_{20}$  konstantne veličine, to je  $\operatorname{tg} \beta = \text{konst}$ , a  $R = R_{20} [1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta]$  linearna jednadžba koja ima nul-točku, a to je vrijednost  $R = 0$  na nekoj temperaturi  $\tau$ . Grafički je to presjecište pravca s apscisnom osi, a vrijednost  $\tau$  izračunava se iz relacije

$$R_{20} [1 + \alpha_{20} (\tau - 20)] = 0$$

odakle slijedi  $1 + \alpha_{20} (\tau - 20) = 0$ , pa je

$$\tau = - \left( \frac{1}{\alpha_{20}} - 20 \right) \text{ } ^\circ\text{C}$$

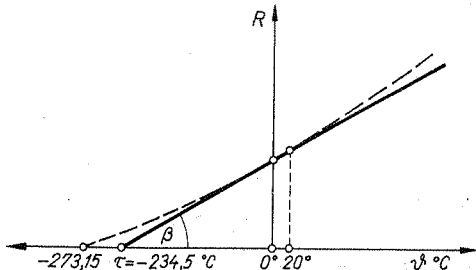
Za žareni bakar  $\alpha_{20} = 0,00393$ , pa izlazi da je

$$\tau = -234,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

To znači da bi bakreni vodič računski trebao na temperaturi  $\tau = 234,5 \text{ } ^\circ\text{C}$  da bude bez otpora. Međutim mjerenja pokazuju da se baš pri vrlo niskim temperaturama pravac otpora iskrivljuje i crtkana krivulja

predoćuje promjenu otpora. Čisti metali pri apsolutnoj nuli ( $-273 \text{ } ^\circ\text{C} = 0 \text{ K}$ ) posjeduju tek neznatni (rezidualni) otpor.

Potpuno nestajanje otpora ( $R = 0$ ) pri smanjivanju temperature opaženo je samo pri nekim metalima i nekim slitinama, a zbiva se već pri temperaturama nešto višim od apsolutne nule naglim prijelazom iz vodljivog stanja u tzv. supravodljivo stanje.



Sl. 3.2. Ovisnost otpora metalnih vodiča o temperaturi.

Dakako da se pravac nacrtan na slici 3.2 odnosi na promjenu otpora za bakar. Za druge metale dobili bismo nešto drugačiji pravac, jer je i  $\alpha_{20}$  za druge metale nešto drugačiji.

No kao referentna temperatura umjesto 20 °C mogla bi se uzeti i bilo koja druga, označimo je  $\vartheta'$ . U tom se slučaju dakako neće promijeniti fizikalni odnos u pogledu ovisnosti otpora  $R$  o temperaturi, pa u koordinatnom sustavu  $(R, \vartheta)$  ostaje isti pravac kao grafički prikaz ove ovisnosti.

U jednadžbi za izračunavanje otpora  $R = f(\vartheta)$  morat će se onda uzeti drugi temperaturni koeficijent otpora:  $\alpha'$ , koji upravo odgovara toj novoj referentnoj temperaturi  $\vartheta'$ . Da je taj  $\alpha'$  različiti od  $\alpha_{20}$  slijedi iz gornje jednadžbe  $\text{tg } \beta = \text{konst}$ , koja kaže da je za pravac otpora bilo kojeg materijala umnožak otpora  $R'$  i temperaturnog koeficijenta  $\alpha'$  za bilo koju referentnu temperaturu  $\vartheta'$  konstantan. Može se, dakle, napisati jednadžba

$$\text{tg } \beta = \alpha_{20} \cdot R_{20} = \alpha' \cdot R' = \text{konst.}$$

Ako, prema tome, izračunamo za bilo koju temperaturu  $\vartheta$  vrijednost otpora  $R$  mora se dobiti ista vrijednost uz referentnu temperaturu  $\vartheta'$  kao i za 20 °C, pa je

$$R = R_{20} \cdot [1 + \alpha_{20}(\vartheta - 20)] = R' \cdot [1 + \alpha'(\vartheta - \vartheta')]$$

odakle uz

$$R' = R_{20} \cdot \frac{\alpha_{20}}{\alpha'}$$

dobivamo relaciju

$$\frac{1}{\alpha_{20}} - 20 = \frac{1}{\alpha'} - \vartheta'$$

To znači da je nul-točka pravca i u tom slučaju dobivena istom relacijom

$$\tau = - \left( \frac{1}{\alpha'} - \vartheta' \right) \text{ } ^\circ\text{C}$$

Odavde se može općenito izračunati za svaku referentnu temperaturu njezin temperaturni koeficijent

$$\alpha' = \frac{1}{\vartheta' - \tau}$$

Za bakar bi, dakle, uz  $\tau = -234,5$  bilo  $\alpha' = \frac{1}{234,5 + \vartheta'}$ , pa se npr. za temperaturu  $\vartheta' = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$  dobiva

$$\alpha_{100} = \frac{1}{234,5 + 100} = 0,00299$$

Za elektrotehničku praksu od velike je važnosti poznavanje temperaturnog koeficijenta  $\alpha$ , kako bi se mogla točnije izračunati vrijednost otpora na raznim temperaturama.

Budući da je  $\alpha$  za metale relativno mala veličina bit će utjecaj temperature na veličinu otpora malen, ako promjene temperature nisu velike. No pri jakim zagrijavanjima, ako se postizavaju visoke temperature, može  $\Delta R$  postati također vrlo veliko. Tako se npr. žarulji s volframovom niti ( $\alpha = 0,004$ ), čiji je otpor u hladnom stanju, na  $20^\circ\text{C}$ ,  $R_{20}$ , povećava otpor u užarenom stanju, ako je  $\Delta\vartheta = 2250^\circ$  na vrijednost

$$R = R_{20} [1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta] = R_{20} \left[ 1 + \frac{4}{1000} \cdot 2250 \right]$$

$$R = R_{20} \cdot [1 + 9] = 10 \cdot R_{20}$$

Otpor vruće žarulje je dakle gotovo 10 puta veći nego otpor u hladnom stanju.

No i pri manjim zagrijavanjima postizavaju se često tolike promjene otpora vodiča, koje također treba uzeti u obzir.

Tako se bakrenim namotima električkih strojeva i transformatora, koji se smiju u pogonu trajno zagrijavati za oko 55 stupnjeva, povisuje otpor u toplom stanju prema otporu u hladnom stanju ( $20^\circ\text{C}$ ) na iznos

$$R = R_{20} [1 + 0,00393 \cdot 55] = R_{20} \left[ 1 + \frac{21}{100} \right]$$

$$R = 1,21 \cdot R_{20}$$

Prirast otpora izražen u postocima iznosi 21%, što se dakako pri točnijim proračunima električkih strojeva mora uzeti u obzir.

### 3.4. MJERENJE TEMPERATURE ZAGRIJANOG NAMOTA

Općenita jednadžba za izračunavanje otpora može nam poslužiti da na osnovi mjerenja otpora odredimo povišenje temperature vodiča. To se primijenjuje na mjerenje temperature zagrijanog namota električkih strojeva i transformatora, gdje je teško u unutrašnjost namota staviti termometre.

Ako je na poznatoj početnoj temperaturi hladnog namota  $\vartheta_1$  otpor namota bio  $R_1$ , a na nepoznatoj povišenoj temperaturi  $\vartheta_2$  iznosio  $R_2$ , prema osnovnoj jednadžbi izlazi da je

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_{20} \cdot [1 + \alpha_{20} (\vartheta_1 - 20)]}{R_{20} \cdot [1 + \alpha_{20} (\vartheta_2 - 20)]} = \frac{1 + \alpha_{20} (\vartheta_1 - 20)}{1 + \alpha_{20} (\vartheta_2 - 20)} = \frac{\left(\frac{1}{\alpha_{20}} - 20\right) + \vartheta_1}{\left(\frac{1}{\alpha_{20}} - 20\right) + \vartheta_2}$$

ili

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{-\tau + \vartheta_1}{-\tau + \vartheta_2} = \frac{234,5 + \vartheta_1}{234,5 + \vartheta_2}$$

odakle slijedi

$$\vartheta_2 = \frac{R_2}{R_1}(234,5 + \vartheta_1) - 234,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Utjecaj promjene temperature na promjenu električkog otpora nekog vodiča može se shvatiti i tako da se zbog promjene temperature promijenila vrijednost specifičnog otpora koja je prvotno dana za  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$  (pa je možemo označiti  $\rho_{20}$ ). Tako za koju drugu temperaturu imamo

$$R = R_{20} \cdot [1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta] = \frac{\rho_{20} \cdot l}{S} \cdot [1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta] = \frac{l}{S} \cdot [\rho_{20} (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)]$$

Prema takvom načinu računanja može se onda na kojoj drugoj temperaturi  $\vartheta$  različnoj od  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$  specifičnom otporu pripisati vrijednost

$$\rho_\vartheta = \rho_{20} [1 + \alpha(\vartheta - 20)]$$

pa je

$$R = \rho_\vartheta \cdot \frac{l}{S}$$

Sva ova razmatranja o utjecaju temperature na veličinu otpora  $R$  izvedena su uz pretpostavku da je  $\alpha$  konstantna veličina, pa je zato dobiven pravac kao graf funkcije  $R = f(\vartheta)$ . No kako je već spomenuto, ta je pretpostavka ispunjena doista samo za ograničeno, manje područje promjena temperatura.

Tako se može uzeti da se zaista linearan odnos dobiva za čiste metale samo u području temperatura  $0 \text{ } ^\circ\text{C} < \vartheta < 200 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Na višim temperaturama mogu se mnogo točniji rezultati računski dobiti ako se krivulja  $R = f(\vartheta)$  predoči jednadžbom

$$R = R_0 [1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2 + \dots]$$

gdje je  $R_0$  otpor vodiča na  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ , dok se konstante  $\alpha, \beta, \dots$  određuju eksperimentalno za svaki vodič.

### 3.5.

#### VOLTAMPERSKE KARAKTERISTIKE

Pogledajmo sada kako se u koordinatnom sustavu  $(I, U)$  grafički prikazuje ovisnost struje i napona za razne vrste vodiča; to su tzv. voltamperske karakteristike.

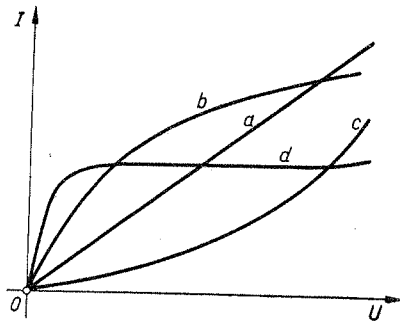
Ako je  $R = U/I = \text{konst}$ , te za vodič vrijedi Ohmov zakon, bit će karakteristika  $U = f(I)$  pravac, pa se takvi vodiči u pogledu otpora nazivaju linearni vodiči.

No u zbilji toga gotovo i nema jer se već zbog zagrijavanja vodiča pri prolazu struje otpor mijenja, pa će radi promjenljivosti otpora pri većoj jakosti struje (i višoj temperaturi) zbog povećanog otpora trebati za prolaz struje i nešto viši napon.



I bez obzira na zagrijavanje vodiča zbog prolaska struje, često je otpor ovisan o jakosti struje.

Tako će se umjesto pravca u koordinatnom sustavu ( $U, I$ ) dobiti različite krivulje kao karakteristike, pa za takve vodiče kažemo da su nelinearni.



Sl. 3.3. Voltamperske karakteristike a) linearna karakteristika, b) žarulja s metalnom žarnom niti, c) žarulja s ugljenom niti, d) željezo u atmosferi vodika.

Na slici 3.3 prikazano je nekoliko karakterističnih krivulja: a) je linearna karakteristika, b) karakteristika žarulje s metalnom žarnom niti i c) karakteristika žarulje s ugljenom niti.

Naročito je interesantna karakteristika vodiča od čista željeza smještenog u cjevčici u atmosferi vodika. U jednom intervalu, koji odgovara temperaturama između 500 °C i 700 °C, jakost struje je neovisna o naponu koji je priveden vodiču. To se objašnjava time što se zbog strujne topline u području ovih temperatura otpor željeza linearno povećava, pa makar se napon povećava ostaje omjer  $U/R$ , a to je struja konstantnog iznosa, sl. 3.3 d.

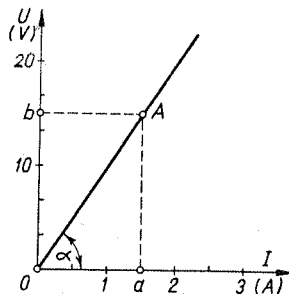
Pogledajmo još kako se može iz ovakvih grafički predloženih voltamperskih karakteristika odrediti iznos omskog otpora  $R$ .

Ako iz dijagrama na slici 3.4 za promatranu točku  $A$  očitamo vrijednosti  $U$  i  $I$ , možemo lako prema definiciji  $R = U/I$  izračunati vrijednost otpora izraženu u omima. Pri tome se moraju u gornju jednadžbu za  $U$  i  $I$  uvrstiti brojevi iznosi broja volta i ampera.

Želimo li postupati grafički, tj. računati s dužinama apscise i ordinate, moramo uzeti u obzir još i mjerila s kojima u dijagramu mjerimo napone i struje. Tada će biti

$$R = \frac{U}{I} = \frac{k_v \cdot \overline{Aa}}{k_i \cdot \overline{Ab}} = \frac{k_v}{k_i} \cdot \frac{\overline{Aa}}{\overline{Ab}} = k_R \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Vidimo da je otpor  $R$  u grafičkom prikazu proporcionalan tangensu priklonog kuta  $\alpha$  što ga spojnica  $OA$  čini s osi apscisa na kojoj mjerimo struje. Faktor proporcionalnosti  $k_R$  jednak je omjeru mjerila za napon  $k_v$  i mjerila za struje  $k_i$ .



Sl. 3.4. Određivanje omskog otpora iz voltamperske karakteristike.

Ta mjerila jesu

$k_U$  broj volta što ih predočuje jedinica dužine npr. 1 cm,

$k_I$  broj ampera što ih predočuje jedinica dužine npr. 1 cm.

Linearni otpornici kojima otpor ne ovisi o jakosti struje imaju voltampersku karakteristiku predočenu pravcem što izlazi iz ishodišta. Budući da je za sve točke tog pravca  $\text{tg } \alpha$  konstantan, i  $R$  je za sve struje i napone istog iznosa.

Nelinearni otpornici, naprotiv, koji imaju za karakteristike neku krivulju, u svakoj će točki karakteritike imati drugačiju vrijednost otpora, jer se za pojedine točke dobiju dužine  $OA$  pod različitim kutovima.

Ovako dobivena vrijednost otpora za neku točku zove se statički otpor (ili otpor pri konstantnoj istosmjernoj struji), jer se može mjerenjem odrediti upravo s nekom stalnom vrijednošću napona i stalnom strujom koje se, dakle, ne mijenjaju

$$R_{\text{stat}} = \frac{U}{I} = k_R \cdot \text{tg } \alpha$$

U promjenljivim okolnostima pogona, kada se  $U$  i  $I$  mijenjaju, pa je  $R_{\text{stat}}$  od točke do točke na karakteristici promjenljivo, važno je pogledati još u koliko se mjeri pri promjeni napona mijenja jakost struje. Uvid u to daje nam kvocijent  $dU/dI$  za promatranu točku krivulje. Taj kvocijent zove se diferencijalni ili dinamički otpor

$$R_{\text{dif}} = \frac{dU}{dI} = k_R \cdot \text{tg } \beta$$

Na slici 3.5 se vidi da je taj diferencijalni otpor proporcionalan tangensu kuta  $\beta$ , dakle gradijentu krivulje, pa on može biti i negativan, dok je  $R_{\text{stat}}$  uvijek pozitivan.

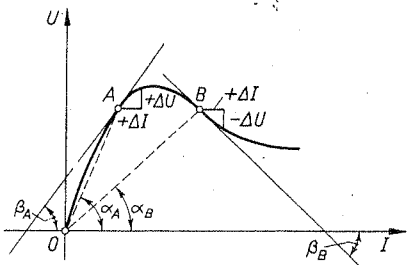
Negativne vrijednosti poprima  $R_{\text{dif}}$  na onom dijelu karakteristike gdje se pri povećanju napona dobiva smanjivanje jakosti struje.

Kao uvid u to kako se računa faktor  $k_R$  i pomoću njega otpor  $R$  neka nam posluži karakteristika linearnog otpornika predočenog na slici 3.4. Tu su upotrijebljena slijedeća mjerila

$k_U = 10/3$ , jer nam 3 cm predočuju napon od 10 V,

$k_I = 1/2$ , jer nam 2 cm predočuju struju od 1 A, pa je

$$k_R = \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{20}{3}$$



Sl. 3.5. Statički i dinamički (diferencijalni) otpor.

Pri izračunavanju otpora  $R$  treba još odrediti  $\operatorname{tg} \alpha$  a taj je npr. uz pomoć točke  $A$ , jednak

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4,5 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = 1,5$$

Prema tome je  $R = k_R \cdot \operatorname{tg} \alpha = 20/3 \cdot 1,5 = 10 \Omega$ , što slijedi i onda ako računamo s voltima i amperima, jer je za točku  $A$

$$U = 15 \text{ V}, \quad a \quad I = 1,5 \text{ A}, \quad pa \quad je \quad R = \frac{15}{1,5} = 10 \Omega$$

### 3.6. PRAZNI HOD I KRATKI SPOJ IZVORA

Pogledajmo sada jednadžbu Ohmova zakona u obliku

$$I = \frac{U}{R}$$

Ona kaže da je struja\* direktno proporcionalna naponu, a obrnuto proporcionalna otporu strujnog kruga. Ovu ćemo jednadžbu iskoristiti pri izračunavanju nepoznate struje, ali nam za to moraju biti poznati napon i otpor.

Uz pretpostavku da izvor na stezaljkama ima stalan napon  $U$ , bit će struja što je daje izvor u strujni krug ovisna samo o otporu  $R$ , koji je priključen na stezaljke. Tu se mogu promatrati sva moguća opterećenja izvora, no osobito su karakteristična dva opterećenja a koja dobivamo za granične vrijednosti otpora  $R$ .

Budući da je u praksi često napon naših izvora stalan, ima ovo razmatranje ne samo teoretsku, već i veliku praktičku važnost.

Granične vrijednosti unutar kojih se uopće može mijenjati otpor  $R$  jesu teoretski  $R = 0$  i  $R = \infty$ . To bismo u realnosti mogli okarakterizirati ovako

- a) praktički vrlo mali otpori i
- b) vrlo veliki otpori

Ako je  $R = \infty$ , izlazi da je struja  $I = U/\infty = 0$ . To znači da ako na stezaljke izvora nije priključeno trošilo, ako dakle strujni krug nije vodljivo zatvoren, neće teći struja, pa takvo pogonsko stanje izvora nazivamo neopterećenim stahjem ili praznim hodom izvora, slika 3.6.

U praznom hodu, dakle, izvor posjeduje napon koji je spreman da potjera struju; no jer se između stezaljki nalazi izolator ( $R = \infty$ ), struja ne teče.

---

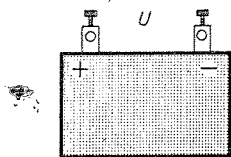
\* U praksi se obično zbog jednostavnosti umjesto naziva jakost struje upotrebljava samo skraćeni naziv: struja.

Drugo granično opterećenje izvora imamo kad je otpor  $R$  jednak nuli, a tada je struja

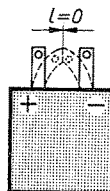
$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{0} = \infty$$

dakle beskonačno velika. Dakako da je beskonačna jakost struje samo teoretski podatak, jer otpora  $R = 0$  u normalnim prilikama nema. No praktički bi svaki zanemarivo mali otpor uz stalan napon ipak uzrokovao golemu jakost struje.

Kako možemo zamisliti da se ovakvo opterećenje izvora može ostvariti? Da otpor na stezaljke izvora priključenog vodiča bude jednak nuli, izraz  $R = \rho \cdot l/S$  treba da bude jednak nuli, što se može postići ako je duljina priključenog vanjskog vodiča jednaka nuli. To, dakle, znači da je strujni krug zatvoren tako da su njegove stezaljke na najkraćoj udaljenosti  $l = 0$  međusobno direktno povezane. Kažemo da smo stezaljke kratko spojili, pa zato ovakvo pogonsko stanje izvora zovemo kratkim spojem, slika 3.7.



Sl. 3.6. Prazni hod izvora (neopterećeno stanje).



Sl. 3.7. Kratki spoj izvora.

Makar da se doista ne postizavaju u kratkom spoju beskonačno velike jakosti struja (jer u strujnom krugu uvijek postoji neki konačni otpor), ipak je sigurno da će jakost struje kratko spojena izvora biti najveća moguća što je izvor uopće može dati.

Pri svim ostalim opterećenjima, kada dakle na izvor priključujemo otpore  $0 < R < \infty$ , imat će struja što je daje izvor neku jakost koja je određena jednadžbom

$$I = \frac{U}{R}$$

Dakako da se izvori ne smiju opteretiti prejakom strujom, jer znamo da struja u strujnom krugu prolazi i kroz izvor pa bi ga, ako je prejaka, mogla i oštetiti. Zato konstruktor izvora treba da označi vidljivo na samom izvoru kolika je maksimalno dopuštena jakost struje što je izvor može trajno davati, a da pri tome sam ne strada.

Budući da se ta vrijednost struje mora na natpisnoj pločici izvora naznačiti uz ostale karakteristične podatke, zovemo je nazivnom ili nominalnom jakošću struje  $I_n$ .

### 3.7.

### NAZIVNE VELIČINE U ELEKTROTEHNICI

I druge veličine koje su vezane uz konstrukciju, a za neku električku napravu su od bitne važnosti, moraju se označiti na natpisnoj pločici, pa se i one zovu nominalne vrijednosti.

Trošila su također konstruirana tako da mogu u trajnom pogonu podnositi samo neku maksimalno dopuštenu struju. Budući da struja trošila ovisi o naponu na koji će ono, npr. sijalica, biti priključeno, redovno se na trošilima široke potrošnje ne naznačuje kao nominalni podatak jakost struje, već napon. Nestručnjaci i onako ne bi mogli mjerenjem provjeravati jakost struje, pa zato za njih taj podatak nije interesantan. Međutim će korisnici električke energije koji svoja trošila priključuju na izvor ove energije redovno ipak poznavati napon, jer se baš za priključak trošila široke potrošnje primijenjuje samo ograničen broj raznih napona.

Tako se prema propisima nominalnim naponima za priključak trošila smatraju slijedeći brojevi volta (navodimo neke najvažnije)

1,5; 2; 3,5; 4; 6; 8; 12; 24; ... 42; ... 110; 220; 380\*

Danas je gotovo svagdje gradska (odnosno zemaljska) mreža napajana naponom 220 V, pa se trošila široke potrošnje konstruiraju tako da uz priključak na taj napon kroz njih prolazi dopuštena jakost struje.

Korisnici drugih izvora, npr. akumulatorskih baterija u automobilima, znadu koliki je napon njihove baterije, pa trošila nabavljaju za taj napon.

Dakako da će na trošilima koja su u pogonu pod nadzorom stručnjaka, a to su npr. elektromotori u industrijskim postrojenjima, naznačena biti i nominalna struja, jer su u takvim većim instalacijama redovno ukopčani i ampermetri za kontrolu jakosti struje.

### 3.8. PAD ILI POTROŠAK NAPONA I ELEKTRIČKI PROTUNAPON

Treći oblik jednadžbe Ohmova zakona

$$U = I \cdot R$$

koristi se u proračunima onda kada treba odrediti koliki mora biti napon izvora  $U$ , da bi kroz zadani otpor  $R$  potjerao struju zadane jakosti  $I$ .

No ta nam jednadžba može još mnogo više reći o naponskim prilikama u zatvorenom strujnom krugu.

Ako se naime — prema slici 3.8 — osim voltmetra  $V_1$  koji mjeri napon izvora  $U$  ili  $E$ , uključi još jedan voltmetar  $V_2$  na stezaljke otpornika  $R$ , što smo ga direktno vezali na izvor, mjerit će taj drugi voltmetar napon stvoren na otporniku  $U_R$ .

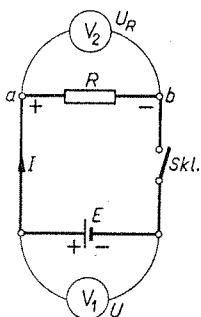
\* Detaljnije podatke vidi: D. Kaiser, Elektrotehnički priručnik.

Pokus pokazuje da je napon  $U_R$  po broju volta točno jednak naponu izvora. Vrijedi, dakle, jednadžba

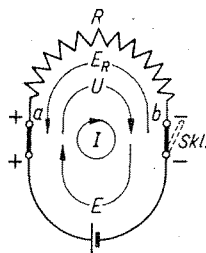
$$U_R = U \quad \text{a jer je} \quad U = I \cdot R \quad \text{slijedi} \quad U_R = I \cdot R$$

Postojanje toga napona  $U_R$  na stezaljkama otpornika možemo, dakle, prema jednadžbi  $U_R = I \cdot R$  pripisati baš prolasku struje kroz otpornik. A o tome se lako možemo uvjeriti tako da sklopkom prekinemo tok struje, jer čim nestane struje, nestat će i napona  $U_R$ .

No ipak, makar smo ovako matematički formalno pripisali nastajanje napona  $U_R$  prolasku struje  $I$  kroz otpor  $R$ , ne smijemo zaboraviti da se je — fizikalno gledano — napon na stezaljkama otpornika  $R$  pojavio baš zato što su direktnim priključkom otporniku na njegove krajeve privedena ista električna stanja (pencijali) koja ima izvor na svojim stezaljkama.



Sl. 3.8. Potrošak napona za prolaz struje kroz otpor.



Sl. 3.9. Protunapon i pad napona na omskom otporu.

Pogledajmo sada još detaljnije taj napon na otporniku  $R$  s obzirom na njegov polaritet i s obzirom na smjer njegova djelovanja, slika 3.9.

Priključkom na izvor postala je stezaljka  $a$  otpornika električki pozitivna, a stezaljka  $b$  negativna, pa zbog te razlike električkih stanja postoji napon. Taj napon potjerat će struju kroz priključeni otpornik u smjeru od  $a$  prema  $b$ , pa naponu stezaljki  $a$  i  $b$  pridajemo smjer od  $a$  prema  $b$ , kako je u slici naznačeno, jer smatramo otpornik  $R$  vanjskim dijelom strujnog kruga.

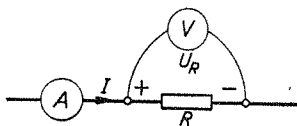
No pojava različitih električkih stanja na stezaljkama  $a$  i  $b$  otpornika  $R$  daje nam pravo da unutar zatvorene konture strujnog kruga smatramo ovu razliku kao u unutrašnjosti samog otpornika stvoreni unutarnji napon  $E_R$ .

Taj napon ima, kao i svi stvoreni naponi, u strujnom krugu smjer od  $(-)$  pola prema  $(+)$  polu. Na slici se vidi da je smjer djelovanja ovako definiranog napona  $E_R$  suprotan smjeru elektromotorne sile izvora  $E$ , pa možemo napisati jednadžbu

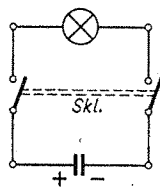
$$E_R = - E$$

Zbog toga se može napon stvoren pri prolazu struje kroz otpor smatrati om-  
skim protunaponom, pa se značenje jednadžbe  $E + E_R = 0$  može fizikalno formu-  
lirati ovako:

U zatvorenom strujnom krugu suma aktivnog napona izvora i protunapona  
stvorenog na otporu jednaka je nuli, što znači da se sav unutarnji napon izvora  
 $E$  potrošio za svladavanje protunapona  $E_R$ , odnosno potrošio za svladavanje ot-  
pora na koji nailazi struja pri prolazu kroz otpornik  $R$ .



Sl. 3.10. Određivanje polariteta pada  
napona na otporu.



Sl. 3.11. Izbijanjem kondenzatora kroz  
sijalicu nestaje napon.

Oba napona,  $E$  i  $E_R$ , su međusobno uravnoteženi, a ta ravnoteža se naziva  
dinamička ravnoteža, jer je uvjetovana gibanjem elektriciteta kroz otpornik, dakle  
strujom.

Ako bismo, naime, zamislili da je napon  $E_R$  po iznosu nešto manji od  $E$ ,  
onda diferencija  $E - E_R$  ne bi bila jednaka nuli, već bismo imali neki suvišak  
aktivnog napona izvora, zbog kojeg će se struja dodatno povećati do onog iznosa,  
dok se ne postigne ravnoteža  $E$  i  $E_R$ .

Iako smo razmatranja o naponu stvorenom na otporniku  $R$  izveli prema  
slici 3.8 za jednostavni zatvoreni strujni krug, ipak jednadžbe

$$U_R = I \cdot R$$

i

$$E_R = - I \cdot R$$

vrijede, kako pokusi pokazuju, općenito, pa možemo reći: kad god kroz neki ot-  
pornik otpora  $R$ , makar kakvog električkog uređaja, prolazi struja jakosti  $I$ , po-  
javit će se na njegovim krajevima napon koji je po iznosu jednak umnošku struje  
i otpora, slika 3.10. *Stezaljka na koju struja ulazi je pozitivna, a izlazna je stezaljka  
negativna.*

Dakako da se pri numeričkom izračunavanju vrijednosti napona prema gornjim  
jednadžbama moraju koristiti jedinice koherentnog Giorgijevog sistema. Ako je,

na primjer, zadano  $R = 0,25 \text{ M}\Omega$ ,  $I = 4 \text{ mA}$ , ne smije se naprosto pomnožiti  $0,25 \cdot 4$ , nego valja računati ovako

$$U_R = 0,25 \cdot 10^6 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 1000 \text{ V}$$

Da se doista u strujnom krugu troši napon za prolaz struje kroz otpore, pokazuje primjer na slici 3.11. Nabijena ladjenska boca može protjerati struju kroz priključenu sijalicu samo kratak trenutak, jer čim se potroši njezin napon struja više ne teče i sijalica ne svijetli.

Činjenica da nam naši električki izvori mogu stalno dobavljati struju makar se i njihov napon troši objašnjava se time što su ti izvori takve električke naprave u kojima se napon, a to je razlika električkih potencijala njihovih polova, stalno obnavlja. To se vrši, kako je već uvedno spomenuto, utroškom različitih vrsta energija koje se u izvoru pretvaraju u električku energiju.

U nizu različitih vrsta električkih izvora koje ćemo upoznati u daljnjim razmatranjima, mogli bismo ovdje samo informativno spomenuti da se transformacija strane energije u električku može u izvoru vršiti na taj način, da se u izvoru dobije neki određeni konstantni unutarnji napon (elektromotorna sila)  $E$ , pa takve izvore u idealnom slučaju nazivamo naponskim izvorima. No moguć je u principu i drugi idealizirani način transformacije, naime, da se u unutrašnjosti izvora stvara konstantan tok elektriciteta. Takvi idealni izvori zovu se strujni izvori.



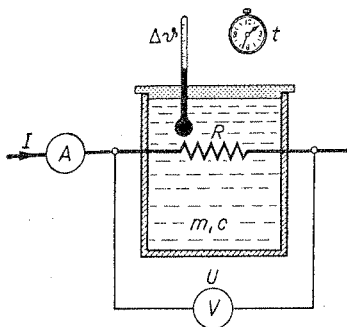
## 5. JOULEOV ZAKON, ELEKTRIČKA ENERGIJA I SNAGA

### 5.1. JOULEOVA TOPLINA

Promotrit ćemo najprije toplinski učinak električne struje. Već je u uvodu spomenuto da je taj učinak u biti transformacija električke energije u toplinsku, a uzrokovan je pojavom električkog otpora što ga prolasku električne struje pruža svaki realni vodič.

Da bismo osim ovog posve kvalitativnog objašnjavanja dobili uvid i u kvantitativne odnose, a to znači da saznamo koliku toplinu dobivamo od električke energije moramo, dakako, mjeriti. Treba,

dakle, s jedne strane mjeriti toplinske veličine, a s druge sve potrebne električke veličine. U tu svrhu uzet ćemo kalorimetričnu bombu i u nju smjestimo vodič otpora  $R$ , slika 5.1.



Sl. 5.1. Mjerenje proizvedene Jouleove topline pomoću kalorimetrične bombe.

Prolaskom struje  $I$  kroz otpornik  $R$  stvara se toplina  $Q$ , koja će tekućinu (ulje ili vodu) u boci zagrijati za  $\Delta\vartheta$  °C.

Prema pravilima termodinamike može se lako odrediti kolika je toplina  $Q$  što je od otpornika  $R$  pređana tekućini tokom vremena  $t$  dok je prolazila struja. Ako je prirast temperature  $\Delta\vartheta$  °C, te ako je masa tekućine  $m$ , a njezina specifična toplina  $c$ , onda je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\vartheta$$

U električkom strujnom krugu koji dobavlja električku energiju otporniku  $R$  mjeri se ampermetrom jakost struje  $I$ , voltmetrom privedeni napon  $U$ , a vrijeme prolaska struje  $t$  satom.

Pokusi pokazuju da proizvedena toplina  $Q$  ovisi direktno proporcionalno o

naponu	$U$ V
struji	$I$ A
vremenu	$t$ s

Ova riječima izražena međusobna ovisnost može se matematički formulirati u jednadžbi

$$Q = k \cdot U \cdot I \cdot t$$

gdje je  $k$  faktor proporcionalnosti koji služi tome da se brojčano povežu u jednoj jednadžbi veličine različitih mjernih sustava.

Ako bismo, kao što je gore navedeno, napon, struju i vrijeme mjerili jedinicama Giorgijeva sustava (V, A, s), a toplinu u kalorijama (cal), onda bi faktor proporcionalnosti iznosio  $k = 0,239$ , pa je

$$Q_{\text{cal}} = 0,239 \cdot U \cdot I \cdot t$$

Moguće je, međutim, toplinu kao jedan oblik energije izraziti također numerički jedinicom džul (J), koja kao jedinica za energiju pripada Giorgijevu sistemu. Tada je, dakako, faktor  $k = 1$ , pa je

$$Q = U \cdot I \cdot t$$

Usporedbom ovih dviju jednadžbi vidimo da je odnos jedinica

$$1 \text{ J} = 0,239 \text{ cal}$$

odnosno

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

Budući da je ovdje trošilo u kojem se transformira energija otpornik  $R$ , iskoristivši Ohmov zakon  $U = I \cdot R$  i  $I = U/R$  možemo dobiti još dva oblika gornje jednadžbe, tako da imamo

$$Q = U \cdot I \cdot t$$

i

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t$$

$$Q = \frac{U^2}{R} \cdot t$$

Sva ova tri oblika predočuju matematičku formulaciju jednog te istog fizičnog zakona prema kojem se vrši pretvorba električne energije u toplinu. U počast fizičaru Jouleu taj zakon se zove Jouleov zakon, a tako (u otporu  $R$ ) proizvedena toplina naziva se i Jouleova toplina.

Pogledajmo što možemo saznati o Jouleovoj toplini iz ovih jednadžbi. Posljednje dvije jednadžbe kažu da je proizvedena toplina  $Q$  u jednom stalnom otporu  $R$  kvadratično ovisna o naponu  $U$ , odnosno o struji  $I$ , dok je prema prvoj jednadžbi ta toplina ovisna u prvoj potenciji o naponu i struji.

Ovo može, međutim, samo pri površnom promatranju izgledati kao neki nesklad. Ako i u prvom slučaju

$$Q = U \cdot I \cdot t$$

pretpostavimo da je  $R$  konstantna iznosa, onda će se s promjenom napona proporcionalno promijeniti i jakost struje, pa će umnožak  $U \cdot I$  opet dati kvadratičnu ovisnost o naponu, kao što će i promjena struje u stalnom otporu biti vezana uz proporcionalnu promjenu napona, pa će se i u tom slučaju dobiti kvadratična ovisnost o jakosti struje.

Danas za proizvod topline pomoću električne struje postoji mnoštvo najrazličitije konstruiranih elektrotermičkih aparata kojima je bitni element električki grijač — otpornik. Da bi se pri prolazu struje  $I$  postigla tražena količina topline otpor  $R$  treba da bude odgovarajućeg iznosa, a da takvi grijači izdrže visoko zagrijavanje, upotrebljavaju se za njihovu izradu materijali koji imaju ne samo velik specifični otpor, već su otporni i protiv korozije. To su u prvom redu legure od kroma i nikla, koje u trgovinu dolaze pod raznim imenima, npr. cekas, kanthal, a od njih se izrađuju žice za grijače spirale. Za industrijske peći upotrebljavaju se i štapovi od silicijeva karbida (silita).

## 5.2. ZAGRIJAVANJE VODIČA ELEKTRIČNOM STRUJOM

Jouleova toplina ne stvara se međutim, samo u elektrotoplinskim aparatima gdje je želimo dobiti, već svugdje gdje struja prolazi kroz neki otpor. A svi naši vodiči i žice električkih instalacija, te svi električki vodljivi dijelovi električkih uređaja i aparata, imaju sigurno neki otpor, pa će se u pogonu pri prolazu struje zagrijavati, što je većinom nepoželjno. Zbog visoke temperature koja pri tome može nastati postoji opasnost da izgori izolacija, jer se za izolaciju u električkim aparatima pretežno upotrebljavaju razne materije organskog kemijskog sastava. Električke vodove, a i ostale električke naprave treba, dakle, tako dimenzionirati da se u trajnom pogonu pri nominalnoj struji ne zagriju iznad maksimalno dopuštene temperature koju izolacija može još izdržati.

Osim toga preveliko zagrijavanje dijelova električkih uređaja opasnost je i zbog mogućnosti požara.

Vidimo da je i zagrijavanje električkih naprava i vodova Jouleovom toplinom također jedan od problema koji valja pravilno riješiti pri projektiranju električkih uređaja.

Razumljivo je da će nas osobito zanimati do koje će se maksimalne temperature,  $\vartheta_{\max}$ , zagrijati vodič koji je u pogonu trajno protjecan električnom strujom, a to možemo saznati iz slijedećih razmatranja. Pri prolazu struje  $I$  razvija se u otporu  $R$  tokom vremena  $t$  toplina

$$Q = 0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t$$

a zbog nje se povisuje temperatura vodiča od početne vrijednosti  $\vartheta_0$  na sve veće vrijednosti  $\vartheta$ , tako da povišenje iznosi

$$\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$$

Budući da vodič ima sada višu temperaturu nego što je temperatura okoline (a to je početna temperatura  $\vartheta_0$ ), jedan će dio proizvedene topline iz tijela vodiča prelaziti na okolišni zrak. Ta količina topline koja s toplijeg tijela prelazi na hladniju okolinu računa se općenito prema jednadžbi

$$Q = h \cdot S_h \cdot \Delta\vartheta \cdot t$$

gdje su

$S_h$  - rashladna površina tijela,

$\Delta\vartheta$  - razlika temperatura toplijeg tijela prema hladnijoj okolini,

$h$  - faktor hlađenja ili koeficijent prijelaza topline koji kaže koliko će topline od tijela prijeći na okolinu kroz  $1 \text{ m}^2$  površine u 1 sekundi, ako je razlika temperatura  $1^\circ\text{C}$ ,

$t$  - vrijeme.

Odavanje topline od zagrijanog tijela na okolinu bit će to intenzivnije što je zagrijavanje tijela veće, pa je očito da će na nekoj dovoljno povećanoj vrijednosti  $\Delta\vartheta_{\max}$  okolišnom zraku predana količina topline biti upravo tolika, kolika je u tijelu proizvedena. U tom slučaju kažemo da je nastala termička ravnoteža, jer je u tijelu proizvedena količina topline jednaka iz tijela odvedenoj, a ništa ne ostaje u tijelu da bi se iskoristilo za daljnje povišenje temperature. Tada je, dakle, postignuto maksimalno zagrijavanje

$$\Delta\vartheta_{\max} = \vartheta_{\max} - \vartheta_0$$

Uvjet za to je

$$0,24 \cdot I^2 \cdot R \cdot t = h \cdot S_h \cdot \Delta\vartheta_{\max} \cdot t,$$

odakle slijedi

$$\Delta\vartheta_{\max} = 0,24 \cdot \frac{I^2 \cdot R}{h \cdot S_h}$$

Ako uzmemo u obzir da je otpor vodiča  $R = \rho \cdot l/S$ , a da je rashladna površina okruglog vodiča  $S_h = 2r\pi \cdot l$ , dobivamo

$$\Delta\vartheta_{\max} = 0,24 \cdot \frac{I^2 \cdot \rho \cdot l}{S \cdot h \cdot 2\pi r \cdot l} = 0,12 \frac{\rho}{h} \cdot \frac{I^2}{S \cdot \pi r}$$

a to je dalje jednako

$$\Delta\vartheta_{\max} = 0,12 \cdot \frac{\rho}{h} \cdot I^2 \cdot r$$

gdje je  $I = \frac{I}{S} = \frac{I}{r^2 \cdot \pi}$  gustoća struje kroz promatrani (okrugli) presjek vodiča čiji je radijus  $r$ .

Ako, dakle, želimo da se vodič u pogonu ne zagrije iznad još dopuštene temperature  $\vartheta_{\max}$  treba da je ispunjena jednadžba

$$\vartheta_{\max} = \vartheta_0 + 0,12 \cdot \frac{\rho}{h} \cdot I^2 \cdot r$$

Međutim se u praksi pri tačnim proračunima ovom jednadžbom gotovo i ne možemo koristiti, jer je nemoguće tačno znati koliki je faktor hlađenja  $h$ , čija vrijednost ovisi o slučajnim prilikama u kojima se nalazi instalirani vodič.

Ipak nam gornja jednadžba daje veoma važne podatke o tome kako zagrijavanje vodiča ovisi o pojedinim faktorima. Vidimo da  $\Delta\vartheta_{\max}$  ovisi kvadratično o gustoći struje ( $I$ ), nadalje ovisi i o materijalu od kojeg je izrađen vodič ( $\rho$ ), o uvjetima hlađenja ( $h$ ), ali i o radijusu poprečnog presjeka vodiča ( $r$ ). Radi ovakve međusobne ovisnosti mogu se pri istom dopuštenom zagrijavanju vodiči manjeg radijusa (dakle općenito manjeg presjeka) opteretiti većom gustoćom struje nego što je to dopušteno za vodiče većeg presjeka.

U praksi se termički proračun vodiča za instalacije vrši uz pomoć tabličnih podataka dobivenih na osnovi dugogodišnjeg iskustva ali, dakako, u skladu s gornjim relacijama. U tim tablicama daju se, već prema načinu instaliranja vodiča (čime je uzet u obzir  $h$ ), za pojedine standardizirane presjeke vodiča maksimalno dopuštene jakosti struje. Time je termički proračun, barem za vodiče električkih instalacija, veoma pojednostavljen.

### 5.3.

### ENERGIJA I RAD ELEKTRIČNE STRUJE

Ispitivanja koja su obavljena da bi se provjerio Jouleov zakon pokazuju da je pri prolazu struje kroz otpornik u posudi kalorimetričke bombe dobivena od električke energije posredstvom električne struje — samo toplina i ništa drugo. To znači da se sva električka energija privedena otporniku  $R$  u potpunosti pretvorila u toplinsku energiju. Na osnovi toga možemo reći da jednadžba

$$Q = U \cdot I \cdot t$$

matematički izražava jednakost obiju energija.

Budući da je na lijevoj strani jednadžbe toplinska energija  $Q$ , zaključujemo da izraz na desnoj strani jednadžbe predstavlja otporniku privedenu električku energiju.

Možemo, dakle, električku energiju prikazati jednadžbom

$$W = U \cdot I \cdot t$$

što znači da se otporniku privedena električka energija izračunava tako da se jakost struje koja kroza nj prolazi pomnoži s vremenom i naponom koji je pri toj struji otporniku priveden na njegove stezaljke.

Tu treba odmah istaknuti slijedeće: iako je izraz za proračun električne energije dobiven u ovom posebnom slučaju kad smo promatrali iskorišćenje električne energije u termičke svrhe, ta ista jednačba vrijedi općenito pri proračunu električne energije za bilo kakvo trošilo.

Na osnovi gornje relacije možemo jedinicu džul za mjerenje energije izraziti i pomoću osnovnih električkih jedinica Giorgijeva sustava. Vidimo da vrijedi jednačba

$$J = V \cdot A \cdot s$$

pa kažemo da je džul jednak voltampersekundi, a budući da se umnožak  $V \cdot A =$  = voltamper skraćeno zove vat = W, izlazi da je džul jednak vatsekundi

$$J = Ws$$

Ta jedinica je vrlo mala, pa se za mjerenje većih količina energije upotrebljavaju veće jedinice, a prvo povećanje je dobiveno da je za vrijeme  $t$  umjesto sekunde uzet sat = h

1 h = 3600 s, pa je tako dobivena jedinica vatsat

$$1 \text{ Wh} = 3600 \text{ Ws} = 3600 \text{ J}$$

Od ove jedinice izvedene su još veće jedinice, a u praksi se najviše upotrebljavaju

$$1 \text{ kWh} = \text{kilovatsat} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$1 \text{ MWh} = \text{megavatsat} = 3,6 \cdot 10^9 \text{ J}$$

a katkada i ostale sa sufiksima prema tablici I.

Ako je sva u trošilo privedena električka energija iskorištena za neki koristan rad, računa se i taj rad  $A$  po jednačbi

$$A = U \cdot I \cdot t$$

Uvrstimo li u jednačbu  $W = U \cdot I \cdot t$  umjesto umnoška  $I \cdot t$  njegov ekvivalent  $Q$ , tj. količinu elektriciteta, možemo napisati da je  $W = Q \cdot U$ , a odavde slijedi

$$U = \frac{W}{Q}$$

Taj izraz može se iskoristiti i za definiciju napona, pa možemo reći da je napon između dvije točke, npr. između polova izvora, brojčano jednak izvršenom radu što ga dobivamo od izvora kada se količina elektriciteta + 1 kulon prenese od pozitivnog pola izvora na njegov negativni pol.

Jedinicu 1 V imat će onaj napon kod kojeg je tako pri prijenosu + 1 C dobiven rad od 1 J

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

Promotrimo još malo detaljnije energetske odnose u našem jednostavnom električkom strujnom krugu, imajući na umu definiciju jednadžbu koja kaže da je električna energija direktno proporcionalna jakosti struje, vremenu prolaska struje i naponu.

U našem strujnom krugu prema slici 3.8 definirali smo i u račune uveli slijedeće napone

$E$  ... kao unutarnji u izvoru stvoreni napon, koji se naziva i elektromotorna sila,

$U$  ... kao razlika potencijala na stezaljkama izvora, a to je i napon koji je vodičima priveden na stezaljke trošila,

$E_R$  ... kao protunapon zbog kojeg se u trošilu mora potrošiti privedeni napon.

Uz istu jakost struje  $I$  strujnog kruga tokom vremena  $t$  predstavlja umnožak sa svakim od ovih napona neku energiju i to

$E \cdot I \cdot t$  ... ukupnu energiju stvorenu u izvoru,

$U \cdot I \cdot t$  ... energiju koja je od stezaljki izvora, a putem voda, predana trošilu,

$E_R \cdot I \cdot t$  ... energiju koja je u aparatu potrošena i pretvorena u rad (mehanički, toplinski, kemijski).

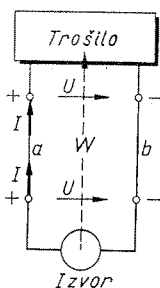
## 5.4.

### SMJER TOKA ENERGIJE

U našem idealnom strujnom krugu je energija

$$W = U \cdot I \cdot t$$

jedna te ista, bilo da je promatramo kao energiju koja iz izvora izlazi, ili kao energiju koja iz strujnog kruga ulazi u trošilo. Bit će, međutim, korisno da ovu razliku u pogledu smjera strujanja energije na neki način i formalno istaknemo. U tu svrhu označit ćemo na slici 5.2, koja predoduje naš jednostavni strujni krug, crtkanom strelicom tok energije.



Sl. 5.2. Određivanje smjera toka energije.

Vidimo da ta strelica smjera energije iz izvora izlazi, a u trošilo ulazi. Oba suprotna pojma, ulaz i izlaz, mogu se označiti različitim predznacima.

Ako sada energiji koju prima trošilo po volji pripisemo pozitivan predznak, onda iz izvora u strujni krug predana energija ima negativan predznak. Ovu razliku u predznacima možemo i matematički opravdati ako uvažimo da su strelice kojima su označeni smjerovi napona  $U$  i struje  $I$  drugačije međusobno orijentirane na izlaznim stezaljkama izvora nego na ulaznim stezaljkama trošila.

Promatrajući sliku 5.2 dolazimo do zaključka da ako struja ulazi na pozitivnu stezaljku u dio strujnog kruga, onda je taj dio trošilo koje prima energiju, a ako struja izlazi sa pozitivne stezaljke promatranog dijela strujnog kruga, onda je taj dio izvor, i on predaje energiju u strujni krug.

Ova definicija izvora i trošila energije izvedena je doduše za najjednostavniji strujni krug, no ona ima općenitu vrijednost, što je pri energetskej analizi u mnogim električkim uređajima od osobite važnosti. Jedan te isti sastavni dio električkog uređaja može, naime, u nekom slučaju vršiti funkciju izvora, dok će u izmijenjenim okolnostima rada biti trošilo.

Tako, na primjer, električki rotacioni stroj može raditi kao motor i tada prima električku energiju iz mreže, a ako ga pokrećemo nekim pogonskim strojem (turbinom) daje energiju u mrežu, pa kažemo da radi kao generator. Akumulatori pri pražnjenju rade kao izvori, jer daju energiju priključenim trošilima, a kad ih punimo, uzimaju energiju iz nekog stranog izvora.

Da bismo što bolje shvatili ovo važno pravilo uzet ćemo jedan brojčani primjer, pa ćemo u strujnom krugu predočenom na slici 5.3 odrediti sve energije.

Zbog serijskog protuspoja obaju izvora teći će pod utjecajem razlike napona  $6 - 4 = 2 \text{ V}$  u strujnom krugu otpora  $1 \Omega$  struja jakosti  $2 \text{ A}$  u smjeru koji je označen strelicom.

Energiju predaje u strujni krug samo izvor napona  $6 \text{ V}$ , jer strelica smjera struje odlazi od njegove pozitivne stezaljke, a njen iznos je tokom vremena od npr.  $5 \text{ s}$

$$W_1 = -6 \cdot 2 \cdot 5 = -60 \text{ J}$$

Otpornik  $R$  prima energiju

$$W_R = +2 \cdot 2 \cdot 5 = +20 \text{ J}$$

jer struja ulazi u njegovu pozitivnu stezaljku, a isto tako će i izvor napona  $U_2$  primiti energiju

$$W_2 = +4 \cdot 2 \cdot 5 = +40 \text{ J}$$

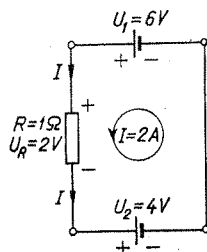
jer struja ulazi i na njegovu pozitivnu stezaljku.

Iako je i ovo jedan električki izvor, izvor napona  $U_2$ , on je ipak u ovom spoju trošilo električke energije, jer se za prolazak struje protiv djelovanja njegovog napona (serijski protuspoji!) mora dio napona  $U_1$  potrošiti isto onako kao i za prolazak struje kroz otpornik.

Ispravnost računanja možemo uvijek provjeriti koristeći Mayerov zakon o održanju energije. Bilanca energija primijenjena na naš zatvoreni sustav kaže da je algebarska suma svih energija jednaka nuli

$$W_1 + W_R + W_2 = 0$$

$$-60 + 20 + 40 = 0$$



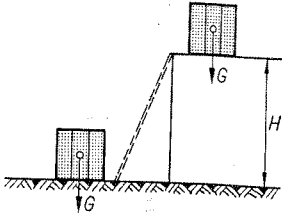
Sl. 5.3. Brojčani primjer za određivanje toka energije.



## 5.5.

## ELEKTRIČKA SNAGA ISTOSMJERNE STRUJE

Osim samog iznosa energije  $W$ , koja se u električkim napravama bilo proizvodi, bilo iskorišćuje, veliku važnost ima još jedna fizikalna energetska veličina, naime snaga, koju označujemo slovom  $P$ . Da bi se pojam snage pravilno shvatio objasniti ćemo ga na jednom jednostavnom primjeru.



Sl. 5.4. Objašnjenje pojma snage.

Iz mehanike je poznato da se obavljeni rad pri savladavanju sile na nekom putu izražava kao umnožak sile i puta:  $A = F \cdot l$ . Da bi se izvršio rad potrebno je potrošiti energiju koja je točno jednaka veličini izvršena rada,  $W = A = F \cdot l$ .

Želimo li npr. prenijeti izvjesnu količinu opeka sa zemlje na visinu  $H$ , potrebno je za to utrošiti energiju

$$W = A = G \cdot H$$

gdje su

$G$  - ukupna težina opeka, dakle sila,

$H$  - put u smjeru sile, slika 5.4.

Taj rad mogao bi obavljati čovjek prenoseći jednu po jednu opeku, a kad posljednju opeku prenese na visinu  $H$  ukupni izvršeni rad bit će  $G \cdot H$ .

No ipak će se mnogo brže obaviti taj posao pomoću dizalice koja može svu količinu opeka zahvatiti i odjednom prenijeti na visinu  $H$ . I tada će izvršeni rad biti jednak  $G \cdot H$ .

Makar da je oba puta izvršen isti rad i potrošena ista količina energije, ipak postoji razlika u načinu kako se obavlja rad u jednom, a kako u drugom slučaju. Očito je da će stroj obaviti taj rad za kraće vrijeme nego čovjek, pa kažemo da stroj ima veću brzinu vršenja rada nego čovjek ili, stroj ima veću snagu nego čovjek.

Za vrijeme vršenja rada raste ukupni iznos obavljenog rada i u istom se odnosu povećava i količina potrošene energije, tako da je brzina vršenja rada jednaka brzini promjene energije.

Matematički se brzina promjene neke veličine izražava kvocijentom te promjena i vremena u kojem je izvršena promjena. Moguće je, dakle, i snagu  $P$  kao brzinu vršenja rada prikazati za jednoličan rad kvocijentom

$$P = \frac{W}{t}$$

gdje je  $W$  tokom vremena  $t$  potrošena energija, ili obavljen rad. Pri jednoličnom radu snaga  $P$  je konstantna.

Ako se rad obavlja nejednolično, što znači ako u jednakim vremenskim intervalima nije obavljen jednak iznos rada, nije snaga konstantna, već promjenljiva

veličina. U tom slučaju izračuna se trenutna vrijednost snage kao diferencijalni kvocijent

$$p = \frac{dW}{dt}$$

Iz ovih relacija slijede obrnuto još i jednadžbe za proračun energije, ako nam je poznata snaga pa tako za jednoličan rad tokom vremena  $t$  uz konstantnu snagu  $P$  imamo

$$W = P \cdot t$$

Pri promjenljivoj snazi izračuna se najprije energija za infinitezimalno kratko vrijeme  $dt$  po jednadžbi

$$dW = p \cdot dt$$

a za konačno vrijeme  $t$  ukupna energija jest

$$W = \int_0^t p \cdot dt$$

Primijenimo li ove općenite jednadžbe za proračun snage na naše električke uređaje, tada uz poznatu energiju  $W = U \cdot I \cdot t$  dobijemo za električku snagu izraz

$$P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I$$

Vidimo da je električka snaga jednaka umnošku napona i jakosti struje, pa je osnovna jedinica za mjerenje snage voltamper, koju kraće nazivamo vat,  $W$ , a to je također jednako kvocijentu džul/sekunda

$$W = \frac{J}{s} = V \cdot A$$

Veće i manje jedinice za mjerenje snage dobiju se kao umnošci osnovne jedinice s potencijama broja 10, prema tablici I.

Ako, dakle, želimo izračunati snagu koja se odnosi na neki dio u strujnom krugu, moramo pomnožiti jakost struje što prolazi kroz taj promatrani dio s naponom koji pri toj struji postoji na njegovim krajevima.

Ako je taj dio elektrotermički otpornik ili bilo kakav vodič omskog otpora  $R$  možemo, primijenjujući jednadžbe Ohmova zakona, dobiti još slijedeće izraze za snagu

$$P = \frac{W}{t} = \frac{I \cdot U \cdot t}{t} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$$

a za energiju ili rad

$$W = A = P \cdot t = U \cdot I \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t = I^2 \cdot R \cdot t$$

U složenijim spojnim shemama, gdje je na jedan izvor ukopčano više trošila, bit će suma potrošenih energija svih trošila jednaka u izvoru proizvedenoj energiji, pa će prema tome i suma snaga trošila biti jednaka snazi izvora. Ovo slijedi i iz strujnih i naponskih jednadžbi za serijski i paralelno povezana trošila, pa tako imamo za serijski spoj

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= U_1 \cdot I_1 = U_1 \cdot I \\ P_2 &= U_2 \cdot I_2 = U_2 \cdot I \end{aligned} \right\} U = U_1 + U_2$$

$$P_1 + P_2 = U_1 \cdot I + U_2 \cdot I = (U_1 + U_2) \cdot I = U \cdot I = P$$

a za paralelni spoj

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= U_1 \cdot I_1 = U \cdot I_1 \\ P_2 &= U_2 \cdot I_2 = U \cdot I_2 \end{aligned} \right\} I = I_1 + I_2$$

$$P_1 + P_2 = U \cdot I_1 + U \cdot I_2 = U \cdot (I_1 + I_2) = U \cdot I = P$$

## 5.6.

### KORISNOST ILI KOEFICIJENT ISKORISTIVOSTI

Samo u idealiziranim prilikama možemo zamisliti da se transformacija energije vrši tako da je sva električka energija pretvorena u trošilu u koristan rad. U realno izrađenim uređajima redovno će samo dio energije koja nam stoji na raspolaganju biti iskorišten za rad za koji je trošilo konstruirano, dok će se ostatak potrošiti pri procesu transformacije u samom uređaju zbog njegove nesavršenosti.

Tako npr. već sam prijenosni vod zbog omskog otpora troši pri prolazu struje od izvora do trošila jedan dio energije izvora, pa će zato privedena energija trošilu biti za taj iznos manja. Cijeli uređaj ne iskorišćuje, dakle, stopostotno proizvedenu energiju izvora, pa je korisnost uređaja umanjena.

Iako se energija ne može izgubiti ili nestati, ipak onaj dio energije koji nije iskorišten u trošilu za rad koji želimo dobiti nazivamo gubitkom energije, pa tako možemo napisati relaciju

$$W_g = W_u - W$$

gdje su

$W_g$  - gubitak energije

$W_u$  - ukupna energija

$W$  - korisna energija

Općenito se koeficijent iskoristivosti ili korisnost nekog uređaja  $\eta$  definira kao omjer korisno upotrijebljene energije prema ukupnoj energiji koja je upotrijebljena pri procesu transformacije

$$\eta = \frac{W}{W_u} = \frac{W}{W + W_g}$$

Ako je vrijeme  $t$  u svim izrazima za energiju jedno te isto, možemo gornji razlomak u brojniku i nazivniku podijeliti sa  $t$  pa dobivamo korisnost izraženu pomoću omjera snaga

$$\eta = \frac{P}{P + P_g}$$

gdje su

$$P = \frac{W}{t} \dots \text{korisna snaga}$$

$$P_g = \frac{W_g}{t} \dots \text{snaga gubitaka}$$

Ovako izračunata vrijednost koeficijenta  $\eta$  jest broj manji od 1, a samo bismo u idealnim prilikama imali  $P_g = 0$  i  $\eta = 1$ .

No obično se korisnost izražava u %, a tu vrijednost dobivamo ako pomnožimo sa 100 vrijednost razlomka, dakle

$$\eta_{\%} = \frac{P}{P + P_g} \cdot 100$$

## 5.7. PREDZNAK SNAGE. NAZIVNA SNAGA TROŠILA

Kao što smo energiji dali neki predznak i time je dobila određeno značenje, možemo sada i snazi pripisati predznak, ako želimo označiti da li se snaga odnosi na izvor ili na trošilo.

Ako, dakle, kao prije odredimo predznak snage prema smjeru struje  $I$  i pozitivnom polu napona  $U$ , imat će pozitivni predznak snaga trošila, a negativni snaga izvora, (slika 5.2).

Možemo, međutim, postupiti drugačije, naime da struji  $I$  pridružimo unutarnje napone (elektromotorne sile)  $E$ , tako da njihove predznake uzmemo prema smjeru djelovanja unutar konture strujnog kruga. U tom slučaju dobivamo za snagu izvora  $E \cdot I$  pozitivan predznak jer su, kako je bilo objašnjeno,  $E$  i  $I$  istog smjera, dok će snaga trošila  $E_R \cdot I$  imati negativni predznak, jer je protunapon  $E_R$  suprotan struji  $I$ .

Vidimo da su ovako snage izvora i trošila predznacima označene baš obratno nego prijašnjom metodom. Dakako da je svejedno kojim se načinom služimo, jer će nam i jedan i drugi pravilno primijenjen, dati isti rezultat. Redovno se ipak računa prvim načinom, jer se želi da energija predana trošilu ima pozitivan predznak.

Budući da je količina izvršena rada nekog trošila ovisna, osim o vremenu, još i o snazi, bit će u praktičkoj upotrebi trošila od osobitog interesa da se znade najveća dopuštena vrijednost snage s kojom može trošilo u pogonu trajno raditi, a da pri tome ne strada.

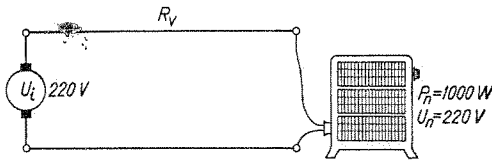
Ta vrijednost zove se nominalna ili nazivna snaga  $P_n$  i ona se prema propisima mora vidljivo označiti na svakom trošilu (a i na generatorima), uz ostale nominalne podatke.

Prema tome je nominalna snaga samo jedan podatak koji je u vezi s konstrukcijom, što ne znači da će trošilo uvijek raditi svojom nominalnom snagom. Kolika će doista biti snaga u pogonu ovisi o tome koliki su u konkretnom slučaju napon i jakost struje, jer o njima ovisi snaga.

Objašnjenju neka posluži primjer. Na natpisnoj pločici električke peći naznačeno je da je nominalna snaga  $P_n = 1000 \text{ W}$ , a nominalni napon  $U_n = 220 \text{ V}$ . Taj podatak znači da će peć doista prema svojoj konstrukciji razviti snagu od  $1000 \text{ W}$ , ako je priključena na napon  $220 \text{ V}$ . Odavde se dalje može izračunati i nominalna vrijednost jakosti struje:  $I_n = 1000/220 = 4,54 \text{ A}$ . Budući da je po svojoj konstrukciji električka peć omski otpornik, može se izračunati i njegov otpor kao osnovni konstruktivni podatak o peći

$$R_p = \frac{U_n}{I_n} = \frac{220}{4,54} = 48,4 \Omega$$

jer nam je poznat par vrijednosti napona i struje koje istovremeno imamo u trošilu.



Sl. 5.5. Priključak električke peći na izvor.

Ako sada priključimo tu peć na izvor stalnog napona  $U_i = 220 \text{ V}$  pomoću voda koji za oba vodiča ima otpor  $R_d = 1,6 \Omega$ , onda će pri prolazu struje kroz vod doći do pada napona, pa peć neće dobiti puni napon  $220 \text{ V}$ , već nešto manji.

Da odredimo kolika je sada pogonska snaga peći, trebamo na osnovi spojne sheme sa slike 5.5 odrediti najprije jakost struje. Vidimo da napon izvora mora osim otpora peći savladati i otpor voda.

Iako će se radi smanjenog napona i struje peć nešto slabije zagrijati nego u nominalnom pogonu, ipak zbog neznatnog temperaturnog koeficijenta otpora  $\alpha$  za cekaš-žicu smijemo u ovom računu uzeti da je otpor peći stalno nepromijenjena iznosa,  $R_p = 48,4 \Omega$ .

Kroz ukupni otpor  $R = R_d + R_p$  strujnog kruga bit će jakost struje

$$I = \frac{U_i}{R_d + R_p} = \frac{220}{48,4 + 1,6} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ A}$$

Privedeni napon na priključnice peći  $U = I \cdot R_p = 4,4 \cdot 48,4 = 213 \text{ V}$ , a snaga peći je  $P = U \cdot I = I^2 \cdot R_p = 213 \cdot 4,4 = 938 \text{ W}$ .

Uvodu se troši napon  $U_a = I \cdot R_a = 4,4 \cdot 1,6 = 7 \text{ V}$  i time u vezi imamo potrošak snage  $P_a = I^2 \cdot R_a = 4,4^2 \cdot 1,6 = 31 \text{ W}$ , tako da je ukupna snaga izvora  $P_i = U_i \cdot I = 220 \cdot 4,4 = 969 \text{ W}$ , a to je i zbroj obiju snaga, peći i voda  $P_t = 938 + 31 = 969 \text{ W}$ .

Moguće je još izračunati i korisnost cijelog uređaja

$$\eta_{\%} = \frac{P}{P + P_a} \cdot 100 = \frac{938}{938 + 31} \cdot 100 = 96,9 \%$$

## 5.8.

### PRILAGODIVANJE

Ako na stezaljke realnog izvora, čiji je unutarnji napon  $E$ , a unutarnji otpor  $R_i$ , priključimo vanjsko trošilo predočeno otporom  $R_t$ , bit će struja u strujnom krugu za razne vrijednosti otpora trošila  $R_t$  određena prema Ohmovu zakonu jednadžbom

$$I = \frac{E}{R_i + R_t}$$

Pri tome će i snaga trošila  $P_t = U \cdot I = I^2 \cdot R_t$  (gdje je  $U$  vanjski napon na trošilu) ovisiti o broju oma trošila  $R_t$ . Uvidom u vanjsku karakteristiku na slici 4.4 vidimo da je u praznom hodu  $I = 0$ , a napon  $U$  maksimalan, dok je u kratkom spoju napon  $U = 0$ , a struja maksimalna. Vanjska snaga je, dakle, jednaka nuli u oba krajna slučaja opterećenja. Zbog neprekinutosti funkcije unutar intervala prazni hod ÷ kratki spoj mora snaga  $P_t$  imati ekstremnu vrijednost i to maksimum.

Pogledat ćemo sada koliki mora da bude vanjski otpor  $R_t$  da snaga uz zadane parametre izvora postigne maksimalnu vrijednost. Treba, dakle, naći uvjet za ekstremnu vrijednost izraza

$$P_t = I^2 \cdot R_t = \left( \frac{E}{R_i + R_t} \right)^2 \cdot R_t = \frac{E^2 \cdot R_t}{(R_i + R_t)^2}$$

koji je funkcija samo variable  $R_t$ . To se dobiva iz uvjeta da je

$$\frac{\partial P_t}{\partial R_t} = 0$$

Dalje je

$$\frac{\partial P_t}{\partial R_t} = \frac{E^2 \cdot (R_i + R_t)^2 - E^2 \cdot R_t \cdot 2(R_i + R_t)}{(R_i + R_t)^4}$$

a da taj izraz bude jednak nuli, mora da bude

$$E^2 \cdot (R_i + R_t)^2 = E^2 \cdot 2 R_t \cdot (R_i + R_t)$$

što će biti ispunjeno ako je

$$R_t = R_i$$

Uvjet da izvor preda trošilu maksimalno moguću snagu jest, dakle, da je otpor trošila jednak unutarnjem otporu izvora. Ako je to doista ispunjeno, kažemo da je trošilo svojim otporom prilagođeno unutarnjem otporu izvora.

Pogledajmo sada kolika je u slučaju prilagođenja ta trošilu predana snaga, kolika je ukupna snaga izvora, te konačno kolika je korisnost  $\eta$ . Sve veličine za prilagođenje označit ćemo crticom.

Budući da je  $R'_t = R_t$ , bit će struja  $I' = E/2R_t$ , pa je

$$P'_t = \frac{E^2}{4 \cdot R_t^2} \cdot R_t = \frac{E^2}{4 \cdot R_t}$$

To je također i snaga potrošena u otporu izvora i nju smatramo gubitkom  $P'_g$ , jer nije iskorištena u trošilu. Ukupna snaga izvora može se naći kao umnožak napona  $E$  i struje  $I'$

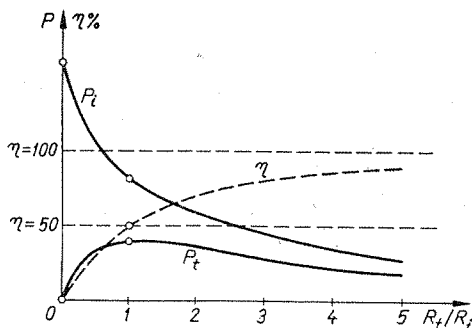
$$P'_i = \frac{E}{2R_t} \cdot E = \frac{E^2}{2 \cdot R_t}$$

što se dobiva također kao suma snaga u oba otpora

$$P'_i = P'_t + P'_g = \frac{E^2}{4 \cdot R_t} + \frac{E^2}{4 \cdot R_t} = \frac{E^2}{2 \cdot R_t}$$

Korisnost uz prilagođeno trošilo iznosi, dakle

$$\eta' = \frac{P'_t}{P'_i} = \frac{P'_t}{2 \cdot P'_t} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ ili } 50\%$$



Prema tome je samo 50% ili polovica ukupno proizvedene snage izvora iskorištena u trošilu, jer se druga polovica troši u otporu  $R_t$  izvora.

Ako pak trošilo nije prilagođeno otporu izvora, ako je, dakle

$$R_t \neq R_i$$

Sl. 5.6. Dijagram snage trošila  $P_t$ , snage izvora  $P_i$  i korisnosti  $\eta$  za razne vrijednosti omjera  $R_t/R_i$ .

imat ćemo drugačije odnose snaga i drugačije vrijednosti koeficijenta  $\eta$ .

Osobito zorno vide se ovi energetski odnosi ako sve promatrane veličine prikazemo grafički kao funkcije promjenljivog otpora trošila. Na slici 5.6 nanesene su na apscisi vrijednosti otpora  $R_i$  (odnosno vrijednosti omjera  $R_i/R_i$ ), a na ordinati snage i to snaga trošila  $P_i$ , snaga otpora izvora  $P_g$  i ukupna snaga izvora  $P_i$ . Ujedno je prikazana i korisnost  $\eta$ , koja kao kvocijent  $P_i/P_i$  ima naročito karakterističnu ovisnost o načinu kako je izvor opterećen.

S time u vezi možemo kazati da će se prilagođivanje unutarnjem otporu izvora koristiti u telekomunikacionim uređajima, gdje želimo da se aparatima koji će primati signale preda što veća snaga kako bi prenesena informacija bila što bolje i vjernije registrirana. Iako je pri tome relativno slaba ekonomičnost ( $\eta = 50\%$ ) nije to velik gubitak energije u apsolutnom iznosu, jer se u tehnici slabe struje pri prijenosu informacija radi općenito sa znatno manjim snagama nego u tehnici jakih struja.

Naprotiv će elektroenergetski, dakle jakostrujni uređaji, raditi u onom području na prikazanom dijagramu, gdje je korisnost  $\eta$  po mogućnosti što veća. To je zbog toga što je svrha tih uređaja da velike količine električne energije prenesu potrošačima uz što manje gubitke energije, dakle što ekonomičnije. Iz dijagrama vidimo da ćemo takve prilike imati ako su unutarnji otpori izvora znatno manji u odnosu na otpore trošila.

## 5.9. MJERENJE SNAGE I RADA ELEKTRIČNE STRUJE

Mjerenje snage može se pri istosmjernoj struji obaviti prema jednadžbi  $P = U \cdot I$  na taj način da se ampermetrom izmjeri jakost struje, a voltmetrom napon, pa je onda umnožak broja volta i ampera snaga  $P$  izražena u vatima.

Osim ove indirektna metode, moguće je snagu izmjeriti i direktno instrumentom nazvanim vatmetar, koji otklonom kazaljke na baždarenoj skali pokazuje odmah podatak o broju vata.

U principu se mjerni sistem vatmetra sastoji od dva svitka (elektromagneta), od kojih je jedan protjecan strujom  $I$ , a drugi priključen na napon  $U$ . Oba svitka djeluju kao magneti jedan na drugog silom koja je proporcionalna magnetizmu jednog i drugog elektromagneta, a to znači proporcionalna umnošku  $U \cdot I$ . Stvorena sila iskorišćuje se za pomak kazaljke instrumenta, a jedna spiralna opruga je uravnotežuje svojom protusilom, pa je tako pomak kazaljke proporcionalan umnošku  $U \cdot I$ , dakle snazi  $P$ .

Kad želimo izmjeriti snagu nekog trošila moramo dakle, strujni svitak vatmetra uključiti u spojnoj shemi isto tako kao što se uključuje ampermetar, tj. serijski s trošilom, dok se naponski svitak priključuje paralelno na trošilo, kao i voltmetar. Time dovodimo vatmetru upravo one faktore  $U$  i  $I$  koji se odnose na trošilo.

Isto tako možemo izmjeriti snagu izvora, samo onda treba vatmetru privesti vrijednosti napona i struje koje se odnose na sam izvor.

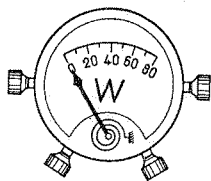
Izvana ima, prema tome, vatmetar četiri stezaljke (priključnice) i to dvije strujne i dvije naponske.



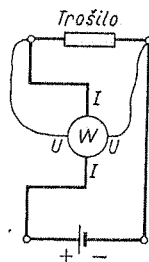
Da bismo mogli vatmetar pravilno spojiti moramo znati koje su stezaljke u vezi sa strujnim, a koje s naponskim svitkom. Zato se stezaljke na neki način vidljivo označuju, na primjer

strujne slovima  $I$  ili  $A$ ,  
naponske slovima  $U$  ili  $V$ .

Ako bismo, naime, strujne stezaljke pogrešno spojili, kao naponske na puni napon  $U$ , došlo bi do oštećenja instrumenta, jer strujni svitak koji se serijski veže mora imati neznatan otpor, pa takav krivi spoj znači gotovo potpuni kratak spoj.



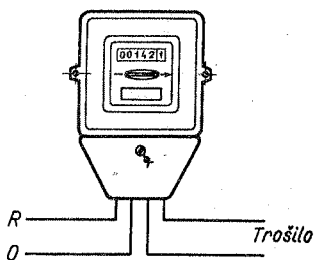
Sl. 5.7. Vanjski izgled vatmetra.



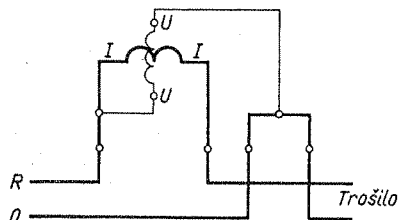
Sl. 5.8. Shematski prikaz vatmetra i način priključivanja.

Slika 5.7 prikazuje vanjski izgled vatmetra, a slika 5.8 njegov shematski prikaz i način priključivanja u spojnoj shemi gdje želimo izmjeriti snagu trošila.

Za mjerenje električke energije upotrebljavaju se instrumenti nazvani kilovatsatna brojila. Budući da električka energija  $W = U \cdot I \cdot t$  ima iste električke



Sl. 5.9. Kilovatsatno brojilo.



Sl. 5.10. Mjerenje potroška električke energije kilovatsatnim brojilom.

faktore: napon  $U$  i struju  $I$ , priključit će se u spojnoj shemi kilovatsatno brojilo u principu isto kao i vatmetar. U svom sistemu i kilovatsatno brojilo ima dva svitka, strujni i naponski, koji kod priključka stvaraju magnetsku silu. No dok je u vatmetru ta sila bila uravnotežena spiralnom oprugom i samo izvršila pomak kazaljke, u kilovatsatnom brojilu pušta se da djeluje kao kod motora i da okreće jednu pločicu pričvršćenu na osovini. Faktor vremena  $t$ , koji također dolazi u jednadžbi

za proračun energije, uzima se ovdje u obzir time što će osovina pod utjecajem sile izvršiti to veći broj okretaja, što je vrijeme  $t$  veće. Slijedi da izvršeni broj okretaja osovine služi kao mjera za količinu električne energije. Slike 5.9 i 5.10 prikazuju kilovatsatno brojilo i njegov priključak za mjerenje potrošene električne energije trošila.

## 5.10. SNAGA I ENERGIJA PROMJENLJIVE STRUJE

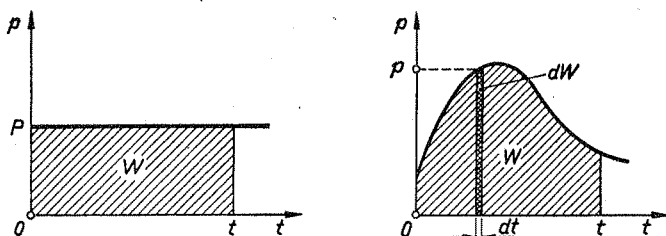
U prijašnjim razmatranjima o električkoj energiji i snazi pretpostavljali smo da su napon i struja bile vremenski konstantne veličine, pa smo ih i označivali velikim slovima  $U$  i  $I$ . Uz ove uvjete bila je i snaga  $P$  konstantnog iznosa.

Kad bi napon i struja bile promjenljive veličine, bila bi i snaga svakog trenutka drugačija, ali njena vrijednost bit će opet u svakom trenutku jednaka umnošku pripadnih trenutnih vrijednosti napona i struje

$$p = f(t) \quad p = u \cdot i$$

Da bismo izračunali ukupni iznos energije za neki konačni interval vremena  $t$ , moramo pri promjenljivim vrijednostima napona i struje najprije odrediti iznos energije za infinitezimalno malo vrijeme  $dt$ , jer u tako kratkom vremenskom intervalu smijemo pretpostaviti da su napon i struja konstantni, pa u tom slučaju jednadžba proporcionalnosti

$$\text{energija} = \text{napon} \times \text{struja} \times \text{vrijeme}$$



Sl. 5.11. Grafički prikaz određivanja električne energije uz konstantnu snagu i uz promjenljivu snagu.

zadržava i ovdje svoju valjanost. Dakako da je za vrijeme  $dt$  i iznos energije infinitezimalno mala veličina, pa možemo napisati da je

$$dW = u \cdot i \cdot dt = p \cdot dt$$

Ukupni iznos energije za cijeli konačni interval vremena  $t$  jednak je

$$W = \int_0^t u \cdot i \cdot dt = \int_0^t p \cdot dt$$

Slike 5.11 prikazuju oba načina određivanja energije uz konstantnu snagu, te ako je snaga vremenski promjenljiva. Vidimo da u koordinatnom sustavu  $(p, t)$  površina ispod krivulje snage označuje iznos energije.

7.

## NEKE PRIMJENE OSNOVNIH ZAKONA ELEKTRIČKOG STRUJANJA

### 7.1. PROŠIRENJE MJERNOG PODRUČJA VOLTMETRA I AMPERMETRA

U prijašnjim tumačenjima bilo je ukratko objašnjeno kako se mjeri jakost električne struje, a kako napon. Za ta mjerenja upotrebljavamo instrumente ampermetar i voltmetar. Spomenuto je da ampermetar djeluje na osnovi magnetskog učinka električne struje. Ako, naime, kroz svitak, koji se nalazi u magnetskom polju permanentnog magneta prolazi struja, djelovat će na svitak sila koja se iskorišćuje za pomak kazaljke instrumenta. Ta sila, i prema tome pomak kazaljke, bit će to veći što je jakost struje veća.

Ovakvi instrumenti s pomičnim svitkom u polju permanentnog magneta zapravo su mjerila jakosti istosmjernje struje, no možemo ih upotrijebiti i posredno za mjerenje napona, jer uz konstantni otpor instrumenta  $R_i$  postoji direktna proporcionalnost između jakosti struje koja prolazi kroz instrument i napona privedenog na stezaljke instrumenta, prema jednadžbi

$$U = I \cdot R_i$$

Osim vlastitog otpora instrumenta  $R_i$  još je bitan konstruktivni podatak, karakterističan za rad instrumenta, jakost struje kod koje se postizava pun otklon kazaljke:  $I_i$ .

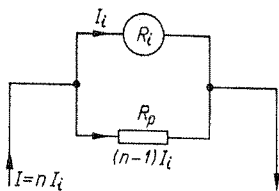
Kažemo da je, na primjer, 0,5-miliamperski instrument građen tako da pri jakosti struje od 0,5 mA dobivamo pun otklon kazaljke. Ako je pak otpor instrumenta pri tom npr. 4000  $\Omega$ , onda će pri punom otklonu na njegovim priključnicama biti napon 2 V, pa bi se tako isti instrument mogao direktno upotrijebiti i za mjerenje napona do 2 V.

Na osnovi ovih brojeva možemo o tome instrumentu dati još neke karakteristične podatke. Prvo, pri punom otklonu potrošak snage instrumenta je  $P = I^2 \cdot R_i = U \cdot I = 10^{-3} \text{ W} = 1 \text{ mW}$ . Drugi karakteristični podatak je da ima 4000  $\Omega/2 \text{ V} = 2000$  oma po voltu.

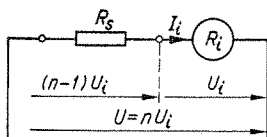
Ovakav instrument možemo sada dalje upotrijebiti kao osnovni dio konstrukcije (mjerni sistem) ampermetra ili voltmetra za mjerenje znatno jačih struja, odnosno znatno viših napona. Treba mu samo dodati odgovarajuće povezane otpornike.

Pri tome ćemo, da bismo proširili mjerno područje ampermetra, dodatne otpornike vezati paralelno s instrumentom, dok kod voltmetra pri mjerenju viših napona treba dodatne otpore vezati serijski s instrumentom.

Na osnovi spojnih shema prema slici 7.1 i 7.2 i pomoću osnovnih zakona električnih strujnih krugova možemo lako odrediti koliki moraju biti ovako dodani otpori da bi se dobilo željeno proširenje mjernog opsega.



Sl. 7.1. Proširenje mjernog područja ampermetra paralelnim otporom  $R_p$ .



Sl. 7.2. Proširenje mjernog područja voltmetra serijskim otporom  $R_s$ .

Ako ampermetrom želimo mjeriti struju  $I$ , koja je  $n$  puta jača od struje instrumenta  $I_i$ , prema I Kirchhoffovu zakonu mora preostali dio struje  $(n - 1) \cdot I_i$  prolaziti kroz paralelno vezani otpornik  $R_p$ , koji se zove shunt (šant), a vrijednost njegova određuje se na osnovi II Kirchhoffova zakona. Prema slici 7.1 slijedi da je

$$I_i \cdot R_i = (n - 1) \cdot I_i \cdot R_p$$

pa je

$$R_p = \frac{R_i}{n - 1}$$

Kod proširenja mjernog opsega voltmetra tražena vrijednost serijski dodanog predotpornika izračunava se na osnovi činjenice da se pri struji  $I_i$  mora suvišak napona potrošiti u otporu  $R_s$ . Ako je, dakle, napon instrumenta u punom otklonu  $U_i = I_i \cdot R_i$ , a želimo mjeriti napon  $U = n \cdot U_i$ , imamo odnos napona

$$(n - 1) \cdot U_i : U_i = R_s : R_i$$

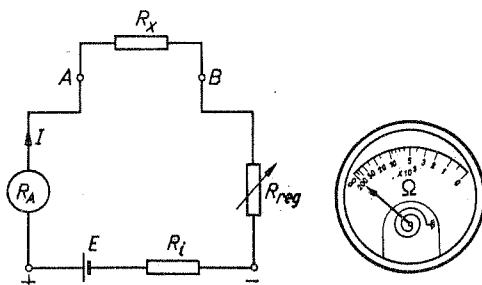
odakle slijedi

$$R_s = (n - 1) \cdot R_i$$

Vidimo da se dodavanjem otpora ukupni otpor voltmetra povećava, dok se kod ampermetra taj otpor smanjuje.

Idealno bi bilo da voltmetri imaju što veći ( $\infty$ ), a ampermetri što manji (0) otpor, jer bi onda potrošak snage samog instrumenta bio jednak nuli. Osim toga, ukopčanje instrumenta u strujne krugove ne bi tada promijenilo prvotne strujne i naponske prilike u strujnom krugu.

Na sličan način na koji je ampermetar bio upotrijebljen za mjerenje napona, dakle kao voltmetar, možemo ampermetar upotrijebiti i za mjerenje električnih otpora, dakle kao omometar. I ovdje treba skalu ampermetra prebaždariiti u tom smislu da otkloni kazaljke umjesto broja ampera daju direktno podatke o broju oma.



Sl. 7.3. Spojna shema omometra. Razdioba skale omometra.

Funkcioniranje omometra razabrat ćemo na osnovi njegove spojne sheme prikazane na slici 7.3. Vidimo da su na izvor konstantnog unutarnjeg napona  $E$  i unutarnjeg otpora  $R_i$  u serijskom spoju povezani nepoznati otpor  $R_x$  i još jedan dodatni regulacioni otpornik  $R_{reg}$ , a dakako i ampermetar otpora  $R_A$ . Vodič nepoznatog otpora  $R_x$  priključuje se na stezaljke  $A$  i  $B$ .

Struja koju će ampermetar pokazati određena je jednadžbom

$$I = \frac{E}{R_i + R_A + R_{reg} + R_x}$$

Vidimo da je jakost struje uz konstantne vrijednosti  $E$ ,  $R_i$ ,  $R_A$  i  $R_{reg}$  ovisna još samo o  $R_x$ , pa se za svaki otklon kazaljke na ampermetru može umjesto broja ampera na skali označiti broj oma  $R_x$ , jer se to može izračunati iz gornje jednadžbe

$$R_x = \frac{E}{I} - (R_i + R_A + R_{reg})$$

Na osnovi ovih relacija možemo vidjeti kako će otprilike izgledati skala na instrumentu. Za  $R_x = 0$ , tj. ako su stezaljke  $A$  i  $B$  kratko spojene, struja ima maksimalnu vrijednost pa se ampermetar, izvor i dodatni otpor odaberu tako da se uz napon  $E$  i sve otpore  $R_i$ ,  $R_A$  i  $R_{reg}$  dobije pun otklon kazaljke. Na maksimalnom otklonu kazaljke stavimo, dakle, za vrijednost broja oma oznaku nula, 0.

Ako je pak otpor  $R_x$  velik, a to teoretski znači  $R_x = \infty$ , strujni krug je prekinut, između stezaljka  $A$  i  $B$  je zrak, ampermetar pokazuje nulu, kazaljka se nije pomaknula, pa će na početku skale za omometar biti oznaka  $\infty$ .

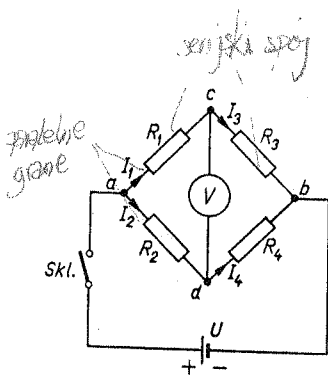
Ostali dio skale ima sve vrijednosti broja oma od  $\infty$  do 0, porazdijeljene prema gornjem recipročnom zakonu.

Ukoliko se vremenom nešto promijene parametri  $E$  i  $R_i$  izvora, a to je obično suha baterija ugrađena u instrument, može se s regulacionim otpornikom  $R_{reg}$  ponovno udesiti omometer da pokazuje točno. U tu svrhu se stezaljke  $A$  i  $B$  kratko spoje i  $R_{reg}$  mijenja toliko da kazaljka dobije pun otklon, gdje je oznaka broja oma 0.

### 7.3.

### WHEATSTONEOV MOST

Veliku važnost i primjenu u mjerne i regulacionoj tehnici imaju takozvani mosni spojevi. Slika 7.4 prikazuje spojnu shemu najjednostavnijeg među njima, a to je Wheatstoneov most, složen od četiri otpornika,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  i  $R_4$ , spojenih tako da su na jedan izvor priključene dvije paralelne grane, a svaka grana sastavljena je od dva otpornika u serijskom spoju.



Sl. 7.4. Principijelna shema Wheatstoneovog mosta.

Na stezaljke  $a$  i  $b$  priključuje se napon izvora, a voltmetar  $V$ , priključen između točaka  $c$  i  $d$ , pokazuje napon  $U_{cd}$ , dakle razliku potencijala točaka  $c$  i  $d$ .

U općenitom slučaju, kad otpori  $R_1 \dots R_4$  imaju bilo kakve vrijednosti, pokazivat će voltmetar neki napon koji se može lako izračunati pomoću osnovnih jednačija I i II Kirchhoffova zakona. Naročito je zanimljivo kada su otpori  $R_1 \dots R_4$  tako odabrani da je napon  $U_{cd}$  jednak nuli. U tom slučaju kažemo da je most uravnotežen.

Iz uvjeta da je  $U_{cd} = 0$ , odnosno  $\varphi_c = \varphi_d$ , možemo sada izračunati kako se moraju međusobno odnositi otpori  $R_1 \dots R_4$  da nastane ravnoteža mosta.

Uz oznake na slici 7.4 možemo pri uravnoteženom mostu za potencijale točke  $c$  i točke  $d$  napisati izraze

$$I_1 \cdot R_1 = R_3 \cdot I_3$$

a također i

$$\varphi_c = \varphi_a - I_1 \cdot R_1$$

$$\varphi_d = \varphi_a - I_2 \cdot R_2$$

$$\varphi_c = \varphi_b + I_1 \cdot R_3$$

$$\varphi_d = \varphi_b + I_2 \cdot R_4$$

odakle slijedi

$$\begin{aligned} \varphi_c - \varphi_d &= U_{cd} = -I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2 = 0 \\ &= I_1 \cdot R_3 - I_2 \cdot R_4 = 0 \end{aligned}$$

i dalje

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

$$I_1 \cdot R_3 = I_2 \cdot R_4$$

pa dijeljenjem dobivamo razmjer

$$R_1 : R_3 = R_2 : R_4$$

To je jednadžba sa četiri veličine, iz koje se može izračunati jedna kao nepoznana, ako su vrijednosti ostalih triju veličina poznate. Tako se ovaj uravnoteženi most može iskoristiti za mjerenje nepoznatog otpora nekog vodiča označenog slovom  $X$  i uključenog na mjesto otpornika  $R_1$ , pa je

$$X : R_3 = R_2 : R_4$$

i odavde slijedi

$$X = R_3 \cdot \frac{R_2}{R_4}$$

Da bi se ovom metodom izvršilo mjerenje nepoznatog otpora  $X$ , treba otpore  $R_3$ ,  $R_2$  i  $R_4$  pokusom odabrati tako da voltmetar pokazuje nulu. Da to odabiranje ne potraje predugo ukopča se na mjesto otpornika  $R_3$  jedna veoma točna normala otpora:  $R_N$ , a kao promjenljivi otpornici  $R_2$  i  $R_4$  za udešavanja ravnoteže služe otpori  $R_a$  i  $R_b$ , što su dijelovi ukupnog otpora jedne otporne žice, koje dobivamo pomicanjem kontakta  $d$  na toj žici

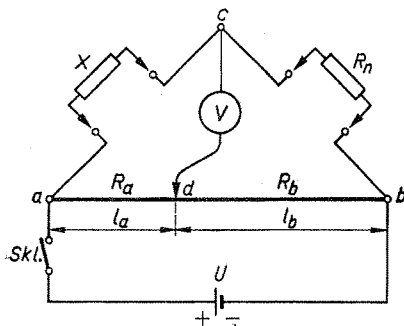
$$R_a = R_2; \quad R_b = R_4, \quad \text{slika 7.5}$$

Ako umjesto omjera  $R_2/R_4$  uvrstimo omjer  $R_a/R_b$ , dobivamo

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{\rho \cdot \frac{l_a}{S}}{\rho \cdot \frac{l_b}{S}} = \frac{l_a}{l_b}$$

pa možemo za nepoznati otpor  $X$  napisati relaciju

$$X = R_N \cdot \frac{l_a}{l_b}$$



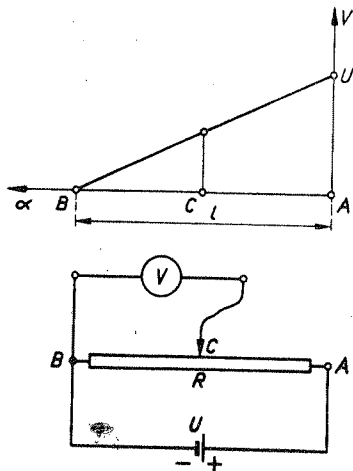
Sl. 7.5. Mjerenje nepoznatog otpora  $X$  Wheatstoneovim mostom.

Sámo mjerenje vrši se, dakle, tako da se pomični kontakt  $d$  pažljivo pomiče po žici ( $a$   $b$ ) dok se na instrumentu dobije otklon nula. Na skali ispod otporne žice ( $a$   $b$ ) naznačene su za pojedine položaje pomičnog klizača  $d$  vrijednosti omjera  $l_a/l_b$ , pa se onda iznos broja oma nepoznatog otpora dobije tako da se vrijednost normalnog otpora  $R_N$  pomnoži s očitanim podatkom na skali. Zbog jednostavnosti uzimaju se vrijednosti normalnih otpora u dekadskim iznosima broja oma.

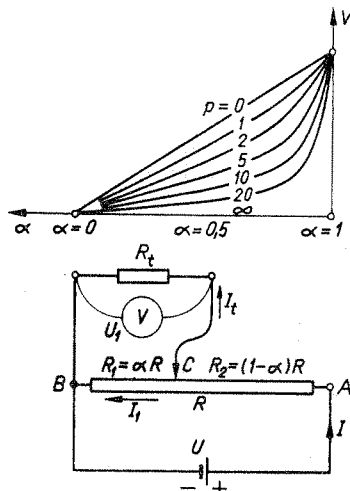
## 7.4.

## POTENCIOMETAR

Priključimo li na izvor napona  $U$  otpornik omskog otpora  $R$ , prolazit će u otporniku struja  $I = U/R$  i pri tome će se na otporniku u smjeru struje smanjivati potencijal, dok će u protivnom smjeru potencijal rasti.



Sl. 7.6. Spojna shema potencijometra i njegov potencijalni dijagram u praznom hodu.



Sl. 7.7. Otporom  $R_t$  trošila opterećeni potencijometar i pripadni dijagram napona na trošilu.

Ako je omski otpor jednolično raspodijeljen po cijeloj duljini otpornika bit će i pad potencijala jednoličan, pa može biti predodčen u potencijalnom dijagramu, slika 7.6, pravcem  $UB$ , pri čemu je kao referentna točka potencijala nula uzeta negativna stezaljka  $B$ .

Spojimo li voltmetar jednim krajem na referentnu točku  $B$ , čiji je potencijal  $\varphi_B = 0$ , a drugi priključak voltmetra pomičemo po otporniku, mijenjat će se kontinuirano napon  $U_{BC}$  od nule do pune vrijednosti napona izvora.

Ako umjesto voltmetra priključimo na točke  $B$  i  $C$  neko trošilo, možemo pomakom točke  $C$  na otporniku  $R$  udesiti napon priveden trošilu na bilo koju vrijednost od nule do  $U$ . Takav uređaj zove se potencijometar.

Pomak točke  $C$  po duljini  $l$  otpornika dat će nam promjenu napona točno prema potencijalnom dijagramu slika 7.6 samo onda, ako je voltmetar vrlo velikog, teoretski beskonačnog otpora, a to znači ako su stezaljke  $BC$  otvorene, što predstavlja prazan hod za napon  $U_{BC}$ . No čim se na potencijometar priključi trošilo konačnog otpora, promijenit će se napon  $U_{BC}$  u odnosu na napon praznog hoda. U tom, naime, slučaju ne će više biti prijašnjeg potencijalnog dijagrama, jer su se prilike paralelnim spojem otpora trošila bitno promijenile.



Treba, dakle, približe ispitati naponske i strujne prilike pri opterećenom potenciometru kad je na priključnice  $BC$  spojeno trošilo omskog otpora  $R_t$ . Za to imamo spojnu shemu na slici 7.7, gdje nam znače

$U$  ... napon izvora

$U_1$  ... napon na odvojkju  $BC$ , a to je i napon na trošilu:  $U_1 = U$ ,

$R$  ... ukupni otpor potenciometarskog otpornika

$R_t$  ... otpor trošila

$R_1$  ... dio otpora potenciometra na koji je paralelno priključeno trošilo

$R_2$  ... preostali dio otpora potenciometra

$I$  ... struja izvora koja u punom iznosu prolazi i kroz dio  $R_2$

$I_t$  ... struja trošila

$I_1$  ... struja kroz otpor  $R_1$

Budući da se pomični kontakt  $C$  može po volji premješati od  $B$  do  $A$  otpor  $R_1$  će se mijenjati, pa ga možemo izraziti kao dio ukupnog otpora potenciometra  $R$

$$R_1 = \alpha \cdot R$$

dok je preostali dio

$$R_2 = (1 - \alpha) \cdot R$$

Kako je svrha potenciometra da trošilu pomakom kontakta  $C$  mijenjamo privedeni napon, sada ćemo izračunati koliki će biti taj napon  $U_1$  u odnosu na puni napon izvora, ako su nam zadani otpori konstrukcije:  $R$  i  $R_t$  i to za razne položaje kontakta  $C$ , dakle za razne vrijednosti  $\alpha$ .

Pri opterećenom potenciometru je otpor između stezaljke  $C$  i  $B$  jednak  $\frac{\alpha \cdot R \cdot R_t}{\alpha \cdot R + R_t}$ , dok je cio otpor između  $A$  i  $B$  jednak

$$\frac{\alpha \cdot R \cdot R_t}{\alpha \cdot R + R_t} + (1 - \alpha) \cdot R = \frac{\alpha \cdot R^2 + R_t \cdot R - \alpha^2 \cdot R^2}{\alpha \cdot R + R_t}$$

pa je odnos napona

$$U_1 : U = \frac{\alpha \cdot R \cdot R_t}{\alpha \cdot R + R_t} : \frac{\alpha \cdot R^2 + R_t \cdot R - \alpha^2 \cdot R^2}{\alpha \cdot R + R_t}$$

odakle slijedi da je

$$U_1 = U \cdot \frac{\alpha \cdot R \cdot R_t}{\alpha \cdot R + R_t} \cdot \frac{\alpha \cdot R + R_t}{\alpha \cdot R^2 + R_t \cdot R - \alpha^2 \cdot R^2}$$

i konačno

$$U_1 = U \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + \frac{R}{R_t}(1 - \alpha)}$$

Budući da se na potencijometar mogu priključivati razna trošila, povoljno je za daljnju analizu uvesti kao promjenljivi parametar  $p$  omjer otpora potencijometra i otpora trošila:  $p = R/R_t$ .

Iz jednadžbe

$$U_1 = U \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + p(1 - \alpha)}$$

vidimo da napon priveden trošilu ne ovisi samo o položaju kontakta  $C$ , dakle ne samo o veličini  $\alpha$ , već i o parametru  $p$ .

Ako opet prikažemo napon između točaka  $B$  i  $C$ , dakle napon na trošilu, u potencijalnom dijagramu u ovisnosti o veličini  $\alpha$ , dobit ćemo pri opterećenom potencijometru familiju krivulja, jer svakoj vrijednosti parametra  $p$  pripada jedan dijagram.

Da bismo odredili prolazak ovih krivulja moramo postepeno za pojedine stalno odabrane vrijednosti parametra  $p$  izračunati napone  $U_1$ , koji odgovaraju promjenljivim vrijednostima  $\alpha$ .

Pogledajmo i granične slučajeve opterećenja. Za  $p = 0$ , tj. za  $R_t = \infty$ , imamo prazan hod, pa je

$$U_1 = U \cdot \alpha$$

ili  $U_1 : U = \alpha : 1$ , a to je upravo potencijalni dijagram samog otpornika  $R$ .

Za  $p = \infty$ , tj. za  $R_t = 0$ , dobivamo da je

$$U_1 = U \cdot \frac{1}{\infty} = 0$$

što znači da je napon, neovisno o  $\alpha$ , stalno jednak nuli. To je, dakle, kratki spoj predočen u dijagramu linijom u apscisnoj osi.

Ostale krivulje koje se nalaze između ovih graničnih položaja imaju za razne vrijednosti parametra  $p$  prolazak skiciran u dijagramu na slici 7.7.

Iako se pomoću potencijometra može istosmjerni napon veoma jednostavno i kontinuirano regulirati, ipak je njegova upotreba u praksi prilično ograničena, što možemo lako shvatiti ako uzmemo u obzir da se u otporima potencijometra u pogonu trajno troši energija koja se pretvara u Jouleovu toplinu. Zbog toga se potencijometar veoma rijetko upotrebljava u uređajima jake struje, jer bi gubici energije bili tako veliki da bi onemogućili ekonomičan rad postrojenja. No u mjernoj tehnici i uređajima slabe struje potencijometar se često upotrebljava, jer su zbog malih jakosti struja i gubici energije neznatni.

Kompencijaciju napona upoznali smo već pri tumačenju serijskog protuspoja dvaju izvora. Osobitu važnost ima međutim kompenzacija u mjernoj i regulacionoj tehnici.

Kao jedan od primjera kako se pomoću potpune kompenzacije napona mogu vršiti osobito precizna mjerenja neka nam posluži spojna shema prikazana na slici 7.8, pomoću koje želimo baždariti voltmetar. Tu je otpornik potencijometra  $R$  u seriji s dodatnim otpornikom  $R_d$  vezan na napon izvora  $E$  i kroz njega prolazi struja

$$I = \frac{E}{R + R_d}$$

Između dvije točke na potencijometru vlada napon  $U_1 = I \cdot R_1$ , gdje je  $R_1$  otpor među odabranim točkama  $A$  i  $C$ , dok je na oba kraja potencijometra  $A$  i  $B$  napon  $U = I \cdot R$ .

Ako sada izvor poznatog stalnog napona  $E_0$  normalnog elementa vežemo u serijskom protuspoju s naponom  $U_1$  na točke  $A$  i  $C$ , možemo pomicanjem točke  $C$ , dakle promjenom otpora  $R_1$ , postići da je  $|U_1| = |E_0|$ . Zbog potpune kompenzacije ovih napona u odvojk normalnog elementa ne teče struja, što konstatiramo na veoma osjetljivom ampermetru (zrcalnom galvanometru). Budući da zato priključak elementa zajedno s ampermetrom ne predstavlja opterećenje za potencijometar, odnos napona  $U_1$  i  $U$  točno je određen omjerom otpora

$$\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R}$$

pa je

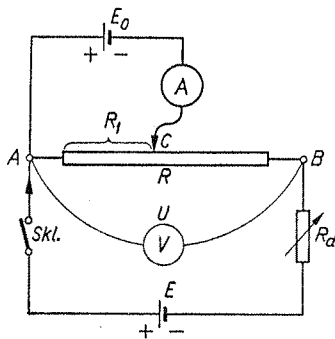
$$U = U_1 \cdot \frac{R}{R_1} = E_0 \cdot \frac{R}{R_1}$$

jer je

$$U_1 = E_0$$

Napon Westonova normalnog elementa je u ovom slučaju, kad je taj element neopterećen, bez struje, točno poznat i on iznosi na temperaturi  $20^\circ\text{C}$   $E_0 = 1,01865\text{V}$ . Kako se, osim toga otpornici potencijometra mogu veoma precizno izraditi da je i njihov otpor točno poznat, napon  $U$ , što ga ujedno mjeri voltmetar, može se točno izračunati i tako voltmetar baždariti.

Promjenom dodatnog  $R_d$  mijenja se struja  $I$ , a time se mijenja i napon koji se mjeri, što je potrebno za baždarenje skale voltmetra.



Sl. 7.8. Baždarenje voltmetra metodom kompenzacije napona.